Berechnung elektronenoptischer Kenngrößen von Röntgenbildverstärkern

von

GÜNTHER SCHWIERZ

aus Oppeln

1972

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548610_0058

Berechnung elektronenoptischer Kenngrößen von Röntgenbildverstärkern

Der Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Friedrich-Alexander-Universität

zu

Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt

von

GÜNTHER SCHWIERZ

aus Oppeln

Als Dissertation genehmigt von der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg.

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Tag der mündlichen Prüfung: 5. 7. 1972

Dekan: Prof.Dr. K. Jacobs

Erstberichterstatter: Priv.Doz.Dr. F. Gudden

Zweitberichterstatter: Prof.Dr. J. Christiansen

Zusammenfassung.

Es wurde ein Fortran-Programm zur rechnerischen Behandlung der Elektronenoptik von Röntgenbildverstärkern ausgearbeitet. Das Programm ermittelt aus Angaben über den geometrischen Aufbau und die Elektrodenspannungen eines Röntgenbildverstärkers zunächst die Potentialverteilung und bestimmt anschließend eine Reihe repräsentativer Elektronenbahnenbündel. Unter Berücksichtigung der Richtungs- und Energieverteilung der Photoelektronen wird die Bündelgestalt im Bildraum in Form von "Varianzkurven" dargestellt. Aus dieser Darstellung werden die wichtigsten elektronenoptischen Kenngrößen - wie Schärfentiefe, Schärfenflächen, Auflösungsverteilung, Astigmatismus und Verzeichnung - gewonnen.

Der genannte Rechenvorgang, einschließlich der graphischen Darstellung der Ergebnisse auf Mikrofilmbildern, besteht aus einem einzigen Arbeitsgang. Dies garantiert einen experimentell kaum erreichbaren Grad an Reproduzierbarkeit. Die detaillierte Darstellung der Feld- und Bahnverläufe ermöglicht ein gezieltes "Experimentieren".

Mit Hilfe des Programms wurden Möglichkeiten zur Verbesserung der Auflösungsverteilung von Röntgenbildverstärkern untersucht. Es ergab sich, daß hierzu die Einebnung der Schärfenflächen einerseits notwendig und andererseits bei Verwendung hyperbolisch geformter Photokathoden auch weitgehend erreichbar ist. Diese Maßnahme beeinflußt zugleich die kissenförmige Verzeichnung und die Vignettierung günstig. Sie wurde inzwischen mit Erfolg bei der Entwicklung von Röntgenbildverstärkern angewandt.

Diese Arbeit entstand im Röntgenentwicklungsbereich der Siemens A.G.UBMed in Erlangen.

Ich möchte denjenigen Herren danken, die mir diese interessante und schwierige Aufgabe übertragen haben: Herrn Dipl.Ing. H. Hermes, der die Entwicklung des Rechenprogramms angeregt und Herrn Ing. G. Fiedler, der die Durchführung der Entwicklungsarbeiten in seiner Abteilung ermöglicht hat. Zu besonderem Dank bin ich Herrn Priv.Doz. Dr. F. Gudden verpflichtet. Er hat die Arbeit stets gefördert und vertreten. Ohne die unter seiner Leitung erzielte Steigerung der Maximalauflösung des Röntgenbildverstärkers hätte die in dieser Arbeit dargelegte Methode zur Bildfeldeinebnung keinen wesentlichen praktischen Nutzen gebracht.

Mein Dank gilt auch den Damen und Herren des Vakuum-Labors, insbesondere Frau Dipl.Phys. I. Stahnke, Herrn Dr. F.W. Hofmann und Herrn Dr. S. Schweda, für viele Hinweise und Diskussionen sowie für die Überlassung von Meßresultaten. Wesentlich für den Fortgang und den Erfolg der Arbeiten war die aktive Mitarbeit des Herrn Dipl.Phys. P. Wulff bei der Anwendung des Rechenprogramms auf praktische Probleme der Bildverstärker-Elektronenoptik.

Meiner Frau danke ich für ihre Sorgfalt und Geduld bei der Anfertigung der Manuskripte.

Inhaltsverzeichnis Seite

1.	Einleitung.	5
1.1	Der Röntgenbildverstärker. Seine Funktionsweise und seine Bedeutung für die Röntgendiagnostik.	5
1.2	Begründung der Notwendigkeit, die Elektronenoptik eines RBV numerisch zu berechnen.	9
1.3	Kurze Beschreibung der Leistungsfähigkeit des Rechenverfahrens.	12
1.4	Ergebnisse, die mit Hilfe des Rechenverfahrens gewonnen wurden.	13
2.	Beschreibung des Verfahrens zur RBV-Berechnung.	14
2.1	Überblick über das Programm RBVPLT.	14
2.2	Rechen- und Darstellungsmethoden.	16
2.2.1	Verfahren zur Potentialfeldbestimmung.	16
2.2.2	Berechnung einzelner Elektronenbahnen.	22
2.2.2.1	Die Bewegungsgleichung und ihre Lösung mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens.	22
2.2.2.2	Berechnung des Bahnanfangstückes.	26
2.2.3	Zusammenfassung der Bahnen zu Bündeln.	28
2.2.3.1	Bewertung der einzelnen Bahnen.	28
2.2.3.2	Rechnerische Darstellung der Bündel.	31
2.2.4	Grundlegende Auswertungsmethoden.	35
3.	Behandlung von Problemen der RBV-Elektronenoptik mit Hilfe des Rechenverfahrens.	39
3.1	Einteilung und Bewertung der Probleme der RBV-Elektronenoptik.	39
3.2	Die Schärfentiefe des RBV.	42
3.2.1	Begründung der sin-Bedingung für einen idealisierten RBV.	44

Seite

3.2.2	Nachweis der Gültigkeit der sin-Bedingung für einen ausgewählten RBV.	47
3.2.3	Berechnung der Aperturwinkel des von der Kathodenmitte ausgehenden Bündels.	50
3.3	Bildfeldwölbung und Astigmatismus des RBV.	52
3.3.1	Die Bildfeldwölbung des RBV.	52
3.3.2	Der Astigmatismus des RBV.	57
3.3.3	Vergleichsmessungen bei sphärischen und hyperbolischen Kathoden.	62
3.4	Verzeichnung und Vignettierung.	63
3.4.1	Über die durch die Punktprojektion verursachte kissenförmige Verzeichnung.	64
3.4.2	Über die elektronenoptisch verursachte kissenförmige Verzeichnung.	65
3.4.3	Meßtechnischer Nachweis der Verzeichnungs- und Vignettierungsminderung.	68

Anhang

A 1	Einige Bemerkungen zum "Overrelaxations-Verfahren".	69
A 2	Über die Lagebeziehung der drei Flächen F_j.	70
A 3	Hauptkrümmungen auf den Äquipotentialflächen.	72
A 4	Über die Bedeutung der Kovarianz.	75

Literaturverzeichnis 78

Verzeichnis der Abbildungen 80

1. Einleitung.

1.1 Der Röntgenbildverstärker. Seine Funktionsweise und seine Bedeutung für die Röntgendiagnostik.

Das auf einem Fluoreszensschirm empfangene Röntgen-Bild eines Patienten besitzt eine mittlere Leuchtdichte von nur ca. $2 \cdot 10^{-4}$ cd/m^2. Solche Leuchtdichten gehören dem unteren Bereich des reinen Stäbchensehens an, also dem Leuchtdichtebereich, wo das Sehvermögen des menschlichen Auges weitgehend eingeschränkt ist. Will man die im Röntgenbild enthaltene Information voll ausnutzen, so muß dessen Helligkeit in den Bereich des Zapfensehens angehoben werden, wozu eine mindestens 1000- fache Leuchtdichteverstärkung notwendig ist.

Dieser Leuchtdichteverstärkung dient der Röntgenbildverstärker (RBV). Mit Röntgenbildverstärkern lassen sich Leuchtdichteverstärkungen von ca. vier Zehnerpotenzen erzielen.

Fig. 1 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines RBV.

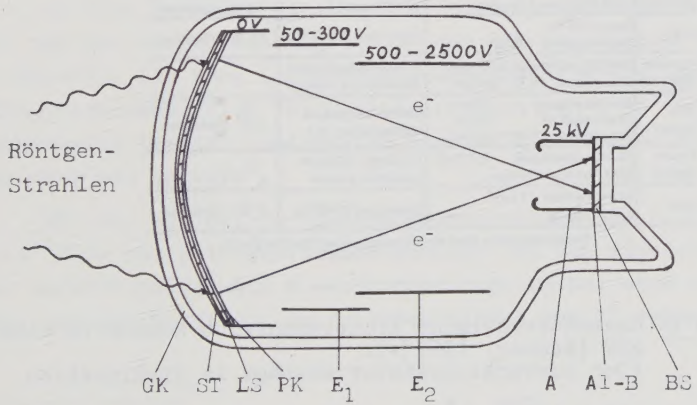


Fig. 1: Schnitt durch einen RBV.

GK = Glaskolben, ST = Schirmträger, LS = Leuchtschirm, PK = Photokathode, $E_{1,2}$ = Fokussierelektrode, A = Anode, BS = Betrachtungsschirm, Al-B = Al-Bedampfung des BS.

Der nutzbare Eingangsdurchmesser des RBV richtet sich nach den medizinischen Erfordernissen. Er liegt bei heute üblichen Typen zwischen 15 und 25 cm.

Auf einen dünnen gewölbten Träger ST ist eine Leuchtstoffschicht LS aufgebracht. Sie wird durch Röntgenstrahlen zum Leuchten im grünen bis blauen Spektralbereich angeregt und regt ihrerseits die mit ihr in engem Kontakt befindliche Photo-Kathode PK zur Emission an. Die Photoelektronen werden zu dem auf 25 kV über Kathodenpotential liegenden Betrachtungsschirm BS hin beschleunigt und erzeugen dort beim Auftreffen ein umgekehrtes verkleinertes Bild des Eingangs-Leuchtschirmes LS. Zur Vermeidung optischer Rückkopplung ist der Betrachtungsschirm mit Al bedampft. Diese Bedampfung dient zugleich zum Ableiten des Photostromes.

Stufen	Physikalische Werte	Photometrische Werte	Quanten/Sekunde
Röntgenstrahlen	Dosisleistung 20 µR/s Halbwertschicht 7 mm Al Filterung 22 mm Al		Im Eingangsfeld $2.8 \cdot 10^8$ Röntgenquanten
Schirm ($500\,cm^2$)	Absorption 15% 3000 Photonen/Rö-quant	Leuchtdichte $1.7 \cdot 10^{-4}$ cd/m²	$4.2 \cdot 10^7$ Absorbierte Röntgenquanten
Licht	$\lambda_{max} = 530$ mµ Strahlungsfluss 0.05 µW	Lichtstrom $2.8 \cdot 10^{-5}$ lm	$1.3 \cdot 10^{11}$ Photonen
Kathode ($500\,cm^2$)	Strahlungsausbeute 0.017 µA/µW Stromdichte $1.6 \cdot 10^{-4}$ µA/cm²	Photoempfindlichkeit 30 µA/lm für $\lambda = 530$ mµ	
Elektronen	Beschleunigung 25 kV Strahlungsfluss 20 µW Stromdichte $2.9 \cdot 10^{-4}$ µA/cm²	Elektronenoptische Verkleinerung 13:1	$5 \cdot 10^9$ Elektronen
Schirm ($3\,cm^2$)	Strahlungsausbeute 0.17 W/W 1800 Photonen/Elektron	Lichtausb. 100 lm/W Leuchtd. 2.3 cd/m²	
Licht	Strahlungsfluss 3.4 µW $\lambda_{max} = 530$ mµ	Lichtstrom $2 \cdot 10^{-3}$ lm	$9 \cdot 10^{12}$ Photonen

Konversionsfaktor über alle Umwandlungen 110 cd/m²/mR/s

Tabelle 1: Charakteristische lichttechnische Kennwerte eines RBV [Fenner, 1967]*).
(Der Konversionsfaktor beträgt in SI-Einheiten

$$42.7 \cdot 10^7 \frac{cd}{m^2} / \frac{A}{kg}).$$

*) Die Tabelle wurde mir von Herrn Dr.Fenner, Siemens A.G. UBMed, überlassen.

Durch diesen hohen Leuchtdichtegewinn ist es möglich geworden, an den RBV-Ausgang ein Vidikon oder eine Filmkamera anzukoppeln.

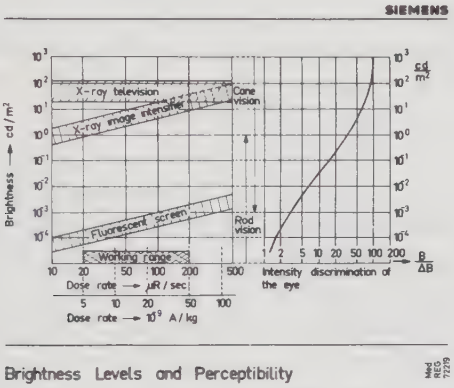


Fig. 2: Zusammenhang zwischen Dosisleistung, Leuchtdichte und Unterschiedsempfindlichkeit des Auges *)

In Fig. 2 werden die Leuchtdichten des Leuchtschirmbildes und des am Betrachtungsschirm des RBV empfangenen Bildes verglichen. Die hohe Leuchtdichteverstärkung ermöglicht schon Röntgenfernsehbetrieb bei Dosisleistungen von $5 \cdot 10^{-9}$ A/kg. Das Fernsehbild besitzt schließlich eine mittlere Leuchtdichte von mehr als 10 cd/m^2.

Während man bei der Schirmdurchleuchtung bei $2.5 \cdot 10^{-8}$ bis $5 \cdot 10^{-8}$ A/kg nur Helligkeitsunterschiede ΔB von mindestens 30% der Umfeldleuchtdichte B wahrnehmen kann (dabei wird angenommen, daß der Bildfleck unter einem Winkel von 5° erscheint

*) Fig. 2 wurde mir von Herrn O. Schott, Siemens A.G.UBMed, zur Verfügung gestellt. Siehe auch [Gebauer, A., Lissner, J., Schott, O., 1965, Seite 7] ; der dort dargestellte Zusammenhang zwischen der Dosisleistung und der Leuchtdichte wurde dem neuesten Entwicklungsstand des Röntgenfernsehens angepaßt.

und scharf gegen das Umfeld abgegrenzt ist), sind auf dem wesentlich helleren Ausgangsbild eines RBV schon Helligkeitsunterschiede von wenigen Prozent erkennbar.

Die Einführung des RBV in die Radiologie hatte, insbesondere in Verbindung mit einer Fernsehanlage, eine Reihe von wesentlichen Vorteilen gebracht, so daß heute eine moderne Röntgenanlage ohne RBV nicht mehr denkbar ist:

1) Durch die verbesserte Detailerkennbarkeit wurde die Röntgendurchleuchtung im Vergleich zur Röntgenaufnahme stark aufgewertet. Viele Befunde werden heute aus Durchleuchtung und Aufnahme mit größerer Sicherheit als früher erhoben.
2) Das Röntgenbild kann auf dem Monitor bei Tageslicht betrachtet werden. Hierdurch ist es erstmals in einfacher Weise möglich, einen Patienten gleichzeitig zu operieren und zu durchleuchten. Dies ist z.B. bei der Nagelung von Knochenbrüchen wichtig. Bildhelligkeit und Kontrast können am Monitor leicht den jeweiligen diagnostischen Erfordernissen angepaßt werden. Schließlich fällt die Adaptionszeit des Auges fort, die bei der Schirmuntersuchung 15 bis 25 Minuten beträgt.
3) Durch die Trennung der Orte von Bildentstehung und Bildbetrachtung sind neue Projektionen möglich geworden, die die Breite der Untersuchungsverfahren erweitern.
4) Erst durch den RBV wurde es möglich, Einzel- und Kinoaufnahmen von schnellbewegten Vorgängen im Körper zu machen. Dies hat besondere Bedeutung für die Angiographie gewonnen.

1.2 Begründung der Notwendigkeit, die Elektronenoptik eines RBV numerisch zu berechnen.

Geometrischer Aufbau und Elektrodenspannungen eines RBV sind so gewählt, daß ein kegelförmiger Ausschnitt aus einem Kugelkondensatorfeld angenähert realisiert ist (Fig. 3). Wesentliche Abweichungen von der Gestalt des Kugelfeldes sind jedoch in der Nähe der inneren Kugelfläche - der Anode - unvermeidbar. Sie muß ja für Elektronen durchlässig sein und erhält daher ein Loch von 10 bis 20 mm Durchmesser.

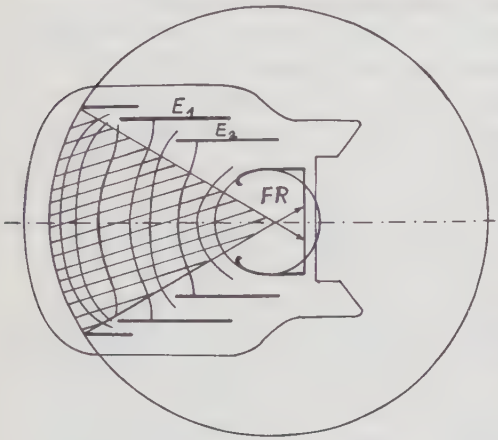


Fig. 3: Vergleich des Feldes in einem RBV mit einem Kugelkondensatorfeld. FR: feldfreier Raum

Die theoretische Behandlung eines solchen Abbildungssystems [Schagen, Bruining und Francken, 1952] orientiert sich am Kugelfeld und findet ihre Grenzen in der Feldstörung im Anodenbereich. Sie liefert daher nur Hinweise zur Dimensionierung eines RBV, jedoch kaum Ansatzpunkte für eine RBV-Optimierung.

Die Optimierung setzt die Kenntnis der Bildfehlerursachen voraus. Leider können hierzu die Hilfsmittel der theoretischen Elektronenoptik, wie sie z.B. aus der Elektronenmikroskopie stammen, nur beschränkt eingesetzt werden, da sie die für die RBV-Elektronenoptik unzulässige Voraussetzung paraxialen Strahlengangs erfordern. Auch die Methode von Vine [1966], den Fall variabler Elektronenaustrittsenergie auf den Paraxialfall relativ zum Hauptstrahl (Austrittsenergie = 0) des Elektronenbahnenbündels zurückzuführen, ist lediglich als eine Maßnahme zur Minderung des Rechenaufwands bzw. zur Erhöhung der Rechengenauigkeit zu werten.

Man ist also gezwungen, das Potentialfeld eines RBV zu messen bzw. analog oder digital zu berechnen und anschließend in dem so gewonnenen Feld die Bewegungsgleichung der Elektronen zu lösen. Dies kann wieder analog oder digital geschehen.

Als Meßverfahren ist der elektrolytische Trog bekannt. Steffen [1969] hat eine Rechenschaltung entwickelt, mit deren Hilfe windschiefe Elektronenbahnen am elektrolytischen Trog verfolgt werden können. Somit konnte Steffen neben den meridionalen nun auch die sagittalen Bildschalen von Bildwandlern bestimmen. Die Genauigkeit bei der Elektronenbahnbestimmung konnte ebenfalls verbessert werden. Nach wie vor haftet dem Trogmeßverfahren ein entscheidender Mangel an: Für jeden auszumessenden Bildwandler muß zunächst ein Modell erstellt und dieses anschließend in einer Meridianebene zerschnitten werden. (Die hierbei entstehenden Elektrodendeformationen stellen eine - und sicher nicht die bedeutendste - der Fehlerquellen dieses Verfahrens dar). Entscheidend ist, daß jede Änderung der Elektrodenformen und El.-Abmessungen eine Spezialanfertigung erfordert. Dies zwingt den Röhrenentwickler zur bevorzugten Verwendung von Standard-Bauteilen und behindert ihn somit bei seiner eigentlichen Entwicklungsaufgabe.

Große praktische Bedeutung hat auch das Ausmessen von Potentialfeldern am Widerstandnetzwerk [Glaser,1952,S.163 ff.] . Diese Methode ist eng mit der in dieser Arbeit beschriebenen Rechenmethoden verwandt. In beiden Fällen wird die Potentialgleichung diskretisiert, d.h. durch ein lineares System von Differenzengleichungen approximiert. Während jedoch die Koeffizienten mit Hilfe von Widerständen nur bis auf ca. 1‰ genau dargestellt werden können, sind sie mit Hilfe eines Digitalrechners (S 4004/55) mit sieben gültigen Dezimalziffern darstellbar. Die genannte Methode löst nur ein Teilproblem der RBV-Berechnung. Die Darstellung des Feldes - etwa als Äquipotentiallinienbild - und die Berechnung und Darstellung der Elektronenbahnen erfordern geeignete Rechenschaltungen und Vorrichtungen zum bequemen und exakten Abgreifen der Potentiale in den Knoten des Netzwerks. Alle diese Schwierigkeiten treten

bei Verwendung eines Digitalrechners nicht auf. Er kann die geforderten Aufgaben in einem einzigen Arbeitsgang erledigen und zugleich die wichtigsten Auswertungen der Rechenergebnisse übernehmen.

Von den Rechenmethoden zur Bestimmung des Potentialfeldes ist die in dieser Arbeit verwendete die bekannteste. Sie besteht darin, das durch Diskretisierung der Potentialgleichung gewonnene lineare Differenzengleichungssystem iterativ mit Hilfe des SOR-Verfahrens ("successive-over-relaxation") zu lösen. Zu diesem Verfahren existiert eine umfangreiche Literatur; siehe z.B. Collatz [1964 ,S. 193 ff.] , Kulsrud [1967] Varga [1962,S. 97 ff.] oder Weber [1967].

Es ist auch ein Versuch von Schäff [1967] bekannt, das Potentialfeld eines Bildwandlers analytisch darzustellen. Schäff verwendet ein geeignetes Koordinatensystem - ein sogenanntes Flachringkoordinatensystem - so daß sich die sphärische Kathodenfläche angenähert als Koordinaten-Fläche u=const. darstellen läßt. Man kann die Spannungsverteilung auf den Elektroden des Bildwandlers durch geeignete Wahl einer beidseitigen Potentialbelegung des Flachrings weitgehend nachbilden. Dann läßt sich die Laplace-Gleichung separieren und die Lösung durch Reihenentwicklung gewinnen. Die Hauptschwierigkeit dieser Vorgehensweise ist in der Bestimmung der Potentialbelegung des Flachrings zu sehen. Diese Potentialbelegung kann nur mit einem von der geschilderten Methode unabhängigen Verfahren gewonnen werden. Da- wie in der vorliegenden Arbeit gezeigt wird - die Bildgüte beim RBV sehr stark von der Kathodenform abhängt, stellt die Festlegung auf spezielle Kathodenformen einen wesentlichen Nachteil dieser analytischen Methode dar.

1.3 Kurze Beschreibung der Leistungsfähigkeit des Rechenverfahrens.

Die Methode der Diskretisierung der Potentialgleichung kann prinzipiell auf beliebige geometrische Anordnungen eines RBV angewandt werden. Einschränkungen resultieren nur aus dem begrenzten Speicherbereich, der für die Beschreibung des geometrischen Aufbaus im Rechenprogramm vorgesehen ist.

Der Rechenvorgang schließt folgende Arbeitsgänge ein:

a) Potentialfeldberechnung und automatische Darstellung des Feldes im Äquipotentiallinienbild.

b) Lösung der relativistisch korrigierten Bewegungsgleichung der Elektronen. Einige repräsentative Bahnen werden automatisch gezeichnet.

c) Zusammenfassung der von einem Kathodenpunkt austretenden Bahnen zu Bündeln. Die Bahnen werden hierzu gemäß einer vorgegebenen Austrittsverteilung gewichtet.

d) Routinemäßige Auswertung und graphische Darstellung der wichtigsten Rechenergebnisse.

Die Übereinstimmung der Rechenergebnisse mit Messungen ist befriedigend. Wesentliche Erkenntnisse, die mit Hilfe des Rechenverfahrens gewonnen werden konnten, wurden inzwischen mit Erfolg für die Weiterentwicklung von RBV's verwendet.

Entscheidend für die praktische Brauchbarkeit des Rechenverfahrens war die Einführung der sog. Varianzkurven, eines Mittels zur räumlichen Darstellung der Abbildungsgüte eines RBV. Diese räumliche Darstellung kann als Ersatz für die experimentell einfache Möglichkeit der Elektrodenspannungsvariation angesehen werden.

1.4 Ergebnisse, die mit Hilfe des Rechenverfahrens gewonnen wurden.

In der RBV-Elektronenoptik wird wegen der geringen Schärfentiefe des Bildes die Auflösungsverteilung primär durch die Bildfeldwölbung bestimmt. Es konnte gezeigt werden, daß bei gleichbleibender Qualität der Leuchtschirme und der Photokathode und unveränderter Anodenspannung die Schärfentiefe nur auf Kosten der Leuchtdichte verbessert werden kann, so daß eine wesentliche Verbesserung des elektronenoptischen Auflösungsvermögens nur durch Einebnung des Bildfeldes zu erwarten ist. Rechnerische Untersuchungen haben gezeigt, daß die Bildfeldwölbung bei Verwendung hyperbolisch geformter Photokathoden erheblich geringer ist als bei Verwendung sphärischer Kathoden. Durch Wahl hinreichend "spitzer" Hyperboloide kann das Vorzeichen der Bildfeldwölbung in der Bildmitte sogar umgekehrt werden. Die Einführung des Hyperboloids wirkt sich außerdem günstig auf die kissenförmige Verzeichnung und die Vignettierung aus. Auch das astigmatische Verhalten des Rohres wird verändert, wobei aber beim Übergang von "stumpfen"zu "spitzen" Hyperboloiden ein Optimum durchlaufen wird.

2. Beschreibung des Verfahrens zur RBV-Berechnung.

2.1 Überblick über das Programm RBVPLT.

Das Verfahren zur Bestimmung der wichtigsten elektronenoptischen Charakteristika eines Röntgenbildverstärkers ist als Fortran-Programm geschrieben. Es wurde von mir im Rahmen meiner Tätigkeit bei der Firma Siemens A.G. Unternehmensbereich Medizinische Technik in Erlangen entwickelt.

In der derzeitigen Ausbaustufe - genannt RBVPLT - benötigt das Programm ca. 200 kBytes Kernspeicher, eine Magnetbandeinheit für die Speicherung der errechneten Potentialfelder und einen Ferranti-Mikrofilmplotter für die Darstellung der wichtigsten Rechenergebnisse. Es läuft seit etwa drei Jahren - in der letzten Ausbaustufe seit etwa einem Jahr - auf der Siemens-Rechenanlage S 4004/55 der Siemens A.G. Unternehmensbereich Energietechnik in Erlangen.

Die Rechenzeit liegt zwischen 15 und 20 Minuten für eine vollständige Durchrechnung. Eine solche Durchrechnung besteht in der Bestimmung des Potentialfeldes des RBV, der Errechnung einer Reihe repräsentativer Elektronenbahnenbündel und der Auswertung und Darstellung der Ergebnisse teils als einzelne Daten bzw. als Tabellen und teils in graphischer Form auf zwei Mikrofilmbildern.

Auf der nächsten Seite ist das Programm in Form eines Blockdiagramms skizziert. Die genaue Funktion wird in Abschnitt 2.2 beschrieben.

Blockdiagramm des Programmsystems RBVPLT

Potentialfeldbestimmung

(1) Einlesen der Daten zur Beschreibung des geometrischen Aufbaues und der Randspannungen.
Zugleich: Darstellung dieser Daten im Plotterbild Nr.1

↓

(2) Auswahl eines geeigneten Potentialfeldes vom Magnetband als Iterationsbeginn

↓

(3) Iterative Bestimmung des Potentialfeldes mit Hilfe der Overrelaxations-Methode

↓

(4) Abspeichern des berechneten Feldes auf Magnetband.
Zeichnen der Äquipotentiallinien in Plotterbild Nr.1

↓

Berechnung der Elektronenbahnen und Darstellung der Ergebnisse

↓

(5) Berechnung der Bahnen und Registrierung der Auftreffpunkte und Auftreffrichtungen auf dem Betrachtungsschirm

↓

(6) Auswertung der Ergebnisse:
(Bestimmung der Bildschalen, Varianzkurven, Abbildungsverhältnisse usw.)

↓

(7) Aufzeichnung der wichtigsten Ergebnisse im Plotterbild Nr. 2

2.2 Rechen- und Darstellungsmethoden.

2.2.1 Verfahren zur Potentialfeldbestimmung.

Wegen der Rotationssymmetrie eines RBV genügt sein Potentialfeld im Zylinderkoordinatensystem r, ϑ, z der Laplace-Gleichung

$$\varphi_{rr} + \frac{1}{r}\varphi_r + \varphi_{zz} = 0 \,. \qquad (1)$$

Raumladungen werden nicht berücksichtigt, da selbst bei extrem hohen Photoströmen, wie sie im Röntgenkino-Betrieb auftreten, noch keine Abnahme des Auflösungsvermögens beobachtet wird.

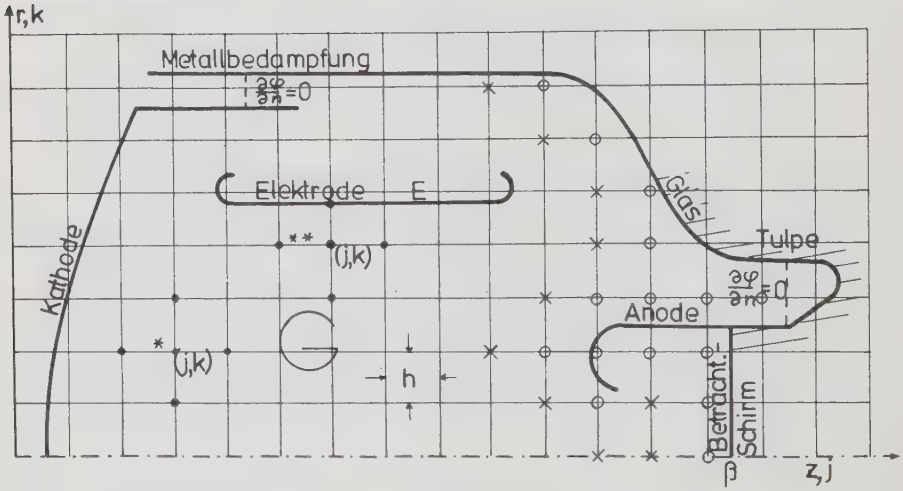


Fig. 4: Meridianschnitt durch einen RBV, wie er zwecks Erstellung der Eingabedaten für das Rechenprogramm auf Millimeterpapier aufgezeichnet ist.
G = dargestelltes Gebiet.

Für die Auflösung der Laplace-Gleichung ist die Angabe von Randbedingungen auf der gesamten Innenberandung des Rohres erforderlich. Man gibt hierzu auf den Elektroden und den mit Metall bedampften Innenwänden des RBV die angelegten Spannungen

an. In den Vakuumspalten (in Fig. 4 gestrichelt gezeichnet) lassen sich die realen Spannungsverläufe in guter Näherung als $\partial\varphi/\partial n = 0$ (Normalableitung = 0) beschreiben. Schwierigkeiten bereiten nur die isolierenden Glaswände des Rohres. Sie tragen einerseits aufgrund des Herstellungsprozesses Spuren von Cs-Niederschlägen und sind andererseits während des Betriebes des RBV mehr oder minder starken Aufladungen unterworfen. Die Erfahrung, daß RBV's gleichen Typs trotz dieser physikalisch schlecht definierten Randbedingungen etwa gleiche Abbildungseigenschaften besitzen, gibt einen Hinweis dafür, daß die exakte Beschreibung des Spannungsverlaufs auf diesen Isolationsstrecken nicht notwendig ist. Wir begnügen uns damit, dort den Spannungsverlauf aus dem Ansatz "Oberflächenwiderstand = const." zu bestimmen. Zum Schluß noch eine Bemerkung zur sog. Tulpe. Es handelt sich um eine Einstülpung des Kolbenbodens (Fig. 4), die neben der Erhöhung der Spannungsfestigkeit des Rohres der Vergrößerung des Abstandes der Anodenöffnung zur Glaswand dient. Sie kann mit guter Näherung "abgeschnitten" und als Vakuumspalt behandelt werden. Wird die Tulpe mit Hilfe der Fokussierelektrode abgeschirmt, so hat ihre Ladungsbelegung keinen feststellbaren Einfluß auf die Abbildung. Dies haben Rechenversuche gezeigt, bei denen wesentlich verschiedene Spannungsverläufe auf der Tulpenoberfläche vorgegeben waren.

Es soll nun die im Programm RBVPLT benutzte Lösungsmethode beschrieben werden.
Zur Diskretisierung der Potentialgleichung überzieht man - wie in Fig. 4 angedeutet - den Meridianschnitt des RBV mit einem äquidistanten Netz von Koordinatenlinien, die in z-Richtung mit j=1,..., 150 und in r-Richtung mit k=1,..., 50 beziffert sind. Für jeden der in das Gebiet G hineinfallenden Gitterpunkte (j,k) (* in Fig. 4) wird nun vom Rechenprogramm eine Differenzengleichung aufgestellt. Im Falle eines "inneren" und nicht auf der Achse liegenden Punktes (j,k), d.h. eines solchen Punktes aus G, dessen vier Nachbarpunkte ebenfalls in G liegen, ist dies die Beziehung

$$\varphi_{j,k} = \frac{1}{4}(\varphi_{j-1,k} + \varphi_{j+1,k} + (1+\frac{1}{2(k-1)})\varphi_{j,k+1} + (1-\frac{1}{2(k-1)})\varphi_{j,k-1}). \quad (2)$$

$\varphi_{j,k}$ errechnet sich somit als gewichtetes arithmetisches Mittel seiner vier benachbarten Potentialwerte.

Für Gitterpunkte auf der z-Achse, für die also k-1 = 0 ist, geht die Dgl. (1) wegen

$$\lim_{r\to 0} \frac{1}{r}\varphi_r = \varphi_{rr}|_{r=0} \quad \text{in} \quad 2\varphi_{rr} + \varphi_{zz} = 0 \quad (3)$$

über, was auf die Differenzengleichung

$$\varphi_{j,1} = \frac{1}{6}(4\varphi_{j,2} + \varphi_{j-1,1} + \varphi_{j+1,1}) \quad (4)$$

führt.

Allgemein erhält man die Differenzengleichung (siehe etwa Shortley et al. [1947] oder Collatz [1966, Seite 342 ff.]) in folgender Weise: Es seien die Armlängen des Differenzensterns wie in Fig. 5 angegeben mit s',s",t',t" bezeichnet. Dabei sind s'= 1 und $\varphi_{s'} = \varphi_{j-1,k}$, falls der Punkt (j-1,k) noch in G liegt, s"= 1 und $\varphi_{s''} = \varphi_{j+1,k}$, falls (j+1,k) in G liegt usw. Liegt (j-1,k) jedoch nicht in G - (j,k) ist dann kein "innerer" Punkt sondern "Randpunkt" - so ist s' = (Abstand des Punktes (j,k) von diesem Rand)/(Maschenweite h) und $\varphi_{s'}$ ist die Spannung auf diesem Rand usw.

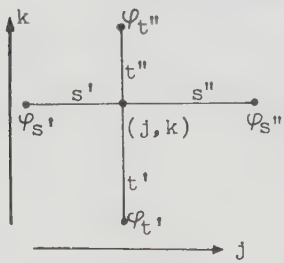


Fig. 5: Differenzenstern des (j,k)-ten Gitterpunktes

Im Beispiel ** der Fig. 4 wäre also s'=s"=t'= 1, $\varphi_{s'}=\varphi_{j-1,k}$, $\varphi_{s''}=\varphi_{j+1,k}$, $\varphi_{t'}=\varphi_{j,k-1}$, t"(etwa)= 0.8 und $\varphi_{t''}$= E zu setzen.

Dann lautet die allgemeine Differenzengleichung

$$-(\frac{2}{t't''} + \frac{2}{s's''} + \frac{1}{k-1}\cdot\frac{t'-t''}{t't''})\varphi_{jk} + \frac{1}{t''(t'+t'')}(2+\frac{t'}{k-1})\varphi_{t''} +$$

$$+ \frac{1}{t'(t'+t'')}(2-\frac{t''}{k-1})\varphi_{t'} + \frac{2}{s''(s'+s'')}\varphi_{s''} + \frac{2}{s'(s'+s'')}\varphi_{s'} = 0 \quad (5)$$

Man gewinnt sie, indem man die Ableitungen φ_r, φ_{rr} und φ_{zz} jeweils durch dividierte Differenzen (siehe z.B. Willers [1957]) approximiert.

Somit haben wir ein lineares Gleichungssystem mit so vielen Gleichungen erhalten, wie Punkte (j,k) in G liegen. In praktischen Fällen wählt man als Maschenweite ca. 1% des Röhrendurchmessers, was je nach RBV-Typ auf 3000 bis 6000 Gleichungen führt.

Die Lösungstheorie dieses Differenzengleichungssystems kann hier nicht diskutiert werden (Eine eingehende Darstellung findet sich bei Varga [1962]). Es sei nur bemerkt, daß das System bei beliebiger Wahl der Randwerte eindeutig lösbar ist (das ist aus physikalischen Gründen nicht anders zu erwarten) und daß es iterativ mit Hilfe des "Overrelaxations-Verfahrens" gelöst werden kann [Varga,1962,S.97 ff.; Collatz, 1964,S.193ff.]. Eine kurze Beschreibung der Funktionsweise dieses Verfahrens findet sich im Anhang A 1.

Bemerkungen zur Genauigkeit, mit der das Potentialfeld bestimmt ist.
Das Verfahren liefert das Potential $\varphi(z,r)$ nur an diskreten Stellen z=jh, r=(k-1)h. Dies sind die Werte $\varphi_{j,k}$. Die $\varphi_{j,k}$ stellen allerdings nur Näherungswerte für die Werte $\varphi(z=jh, r=(k-1)h)$ dar (Diskretisierungsfehler), mit

$$\max_{(j,k)\in G} \left| \varphi_{j,k} - \varphi(jh,(k-1)h) \right| \leq C\cdot h^2 \ . \qquad (6)$$

Die Abschätzung der Konstanten C ist schwierig. Die bei Collatz [1966,Seite 348 ff.] angegebene Abschätzung, die auf Gerschgorin zurückgeht, benutzt die Maximalwerte sämtlicher partiellen Ableitungen von φ bis zur vierten Ordnung, Werte die prinzipiell unbekannt sind und erst nach Durchführung der Rechnung aus den Ergebnissen geschätzt werden müßten (a posteriori-Abschätzung). In der Kathodennähe wird die Abschätzung vollständig unbrauchbar, da dort allein der relative Fehler interessiert.

Mangels einer ausreichenden theoretischen Grundlage zur Bestimmung der Maschenweite h wurde daher so verfahren:
Aus früheren Feldmessungen am elektrolytischen Trog [Dr. Schweda, persönl. Mitteilung] , wurde zunächst die Maschenweite h' bestimmt, bei der in dem von den Elektronenbahnen durchsetzten Bereich die Äquipotentiallinien auf einer Strecke der Länge h' nicht mehr als gekrümmt erkannt werden konnten. In einem solchen Bereich würde es also genügen, $\varphi(z,r)$ linear zu approximieren, während wir sogar quadratisch approximieren. Die Maschenweite h wurde h'/2 gesetzt. Sie beträgt ca. 1% des Röhrendurchmessers.

Das "Overrelaxations-Verfahren" liefert auch die Werte $\varphi_{j,k}$ nicht exakt, da ja die Iteration nach endlich vielen Schritten abgebrochen werden muß (Abbruchfehler). Der Abbruch erfolgt nach spätestens 251 Iterationsschritten, falls nicht schon im n-ten Schritt ($1 \leq n \leq 250$) die Bedingung

$$f_n = \max_{(j,k)\in G} \frac{\left|\varphi_{j,k}^{(n)} - \varphi_{j,k}^{(n-1)}\right|}{0.001 + \left|\varphi_{j,k}^{(n-1)}\right|} \leq 0.00002 \qquad (7)$$

erfüllt war. Falls nach dem 251 -ten Iterationsschritt die Prüfgröße (7) größer als 0.0005 ist, gilt das Feld als nicht hinreichend genau berechnet.
Es hat sich gezeigt, daß sich bei dieser Festlegung der Abbruchbedingung die Fehlergröße f_n in den letzten Iterationsschritten nicht mehr monoton verhält, daß also die Rundungsfehler der Rechenanlage schon maßgeblich werden (bei einer Zahlengenauigkeit von sieben gültigen Dezimalziffern bei gleitendem Exponent).

Für die Bestimmung der Elektronenbahnen werden natürlich auch die Potentialwerte und Feldstärken außerhalb der Maschenpunkte benötigt. Sie werden folgendermaßen gewonnen: Sei der Punkt (z,r) vorgegeben, so wird zunächst festgestellt, welchem Maschenpunkt (j,k) er am nächsten kommt (der schraffierte Bereich in Fig. 6 ist also dem Punkt (j,k) zugeordnet). Aus $\varphi_{j,k}$ und den acht benachbarten Potentialwerten wird φ bis zu Gliedern zweiter Ordnung in (z-jh) bzw. (r-(k-1)h) bestimmt und hieraus gradφ berechnet.

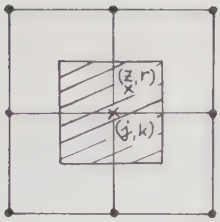


Fig. 6: Zugeordneter Bereich zum Maschenpunkt (j,k)

Abschließend sei noch ein wichtiger Kunstgriff zur Verringerung des Abbruchfehlers erwähnt: Um bei der Iteration ein gleichmäßiges Abfließen der Randwerte in das Innere des Gebietes G zu erzielen, wurde die in Fig. 7 angedeutete Anordnung der Gitterpunkte verwendet. Jeder Iterationsschritt wird also in einen Hin- und einen Rückschritt aufgeteilt. Die Matrix des zu dieser Anordnung gehörigen Gleichungssystems ist dann unmittelbar als konsistent geordnete zweizyklische Matrix im Sinne der von Varga [1962, S.101] gegebenen Definition zu erkennen.

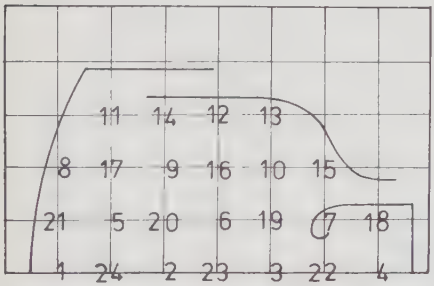


Fig. 7: Anordnung der Gitterpunkte (schematisch)

Der Iterationsprozeß zur Bestimmung der $\varphi_{j,k}$ verlangt die Angabe einer Ausgangsnäherung $\varphi_{j,k}^{(o)}$. Sie kann prinzipiell beliebig gewählt werden (globale Konvergenz). Um jedoch gleich mit vernünftigen Näherungswerten beginnen zu können, speichert man die berechneten Felder $\varphi_{j,k}$ auf eine Magnetbandbibliothek, aus der sich dann wiederum geeignete Felder als Iterationsbeginn auswählen lassen.

2.2.2 Berechnung einzelner Elektronenbahnen.

2.2.2.1 Die Bewegungsgleichung und ihre Lösung mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens.

Für die numerische Berechnung der Elektronenbahnen führen wir nach Glaser [1952, S. 42,43] den vom Kathodenpunkt P aus zurückgelegten Weg des Teilchens - die Bogenlänge s - als Parameter ein.

Dann lautet die Bahngleichung (siehe auch Fig. 8)

$$\ddot{\vec{r}} = K(\varphi,\varphi_o)\frac{1}{2(\varphi+\varphi_o)}(\nabla\varphi - (\nabla\varphi\cdot\dot{\vec{r}})\dot{\vec{r}}) \qquad (1)$$

mit $\vec{r}(s=0)=\vec{r}_o$ (Kathodenpunkt)

$\dot{\vec{r}}(s=0)=\vec{t}_o$ (Austrittseinheitsvektor).

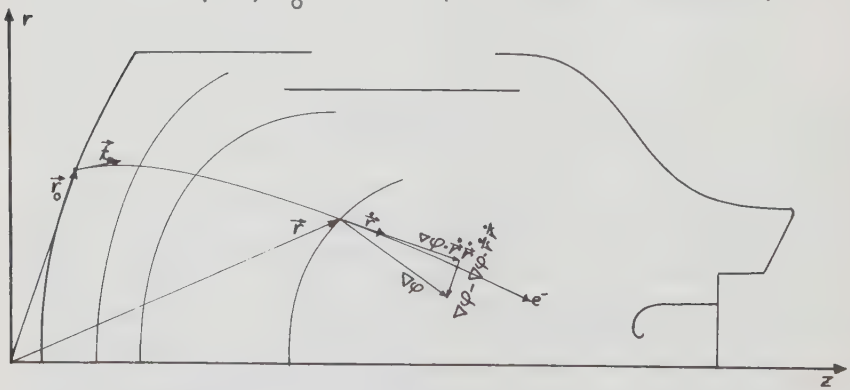


Fig. 8: Koordinaten zur Berechnung der Bahngleichungen

φ_o ist die Austrittsspannung des Elektrons. Der Punkt bezeichnet die Ableitung nach der Bogenlänge, so daß $|\dot{\vec{r}}|\equiv 1$ ist und $|\ddot{\vec{r}}| = \varkappa$ die Krümmung der Bahn im Punkte $\vec{r}$ bedeutet. Mit $\varepsilon = e/(2m_oc^2)$ (e, m_o = Ladung und Ruhemasse des Elektrons, c = Lichtgeschwindigkeit) lautet der relativistische Korrekturfaktor: $K(\varphi,\varphi_o) = (1+2\varepsilon(\varphi+\varphi_o))/(1+\varepsilon(\varphi+\varphi_o))$. Er erreicht wegen $\varepsilon\approx 0.98\cdot 10^{-6}\ V^{-1}$ bei der im RBV üblichen Anodenspannung von 25kV fast den Wert 1.025. Im Rechenprogramm wird $K(\varphi,\varphi_o)/(\varphi+\varphi_o)$ durch $(1+\varepsilon(\varphi+\varphi_o))/(\varphi+\varphi_o) = 1/(\varphi+\varphi_o)+\varepsilon$ ersetzt, so daß

die relativistische Korrektur nur eine zusätzliche Addition gegenüber der Berechnung des nichtrelativistischen Ausdrucks $1/(\varphi+\varphi_o)$ erfordert.

Numerische Auflösung der Gleichung (1).

Durch die Substitution $\vec{t}=\dot{\vec{r}}$ ($\vec{t}$= Bahntangentenvektor) werden die drei gekoppelten Dgl. 2. Ordnung von (1) in sechs gekoppelte Dgl. 1. Ordnung

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}} &= \vec{t} \\ \dot{\vec{t}} &= K(\varphi,\varphi_o)\frac{1}{2(\varphi+\varphi_o)}(\nabla\varphi-(\nabla\varphi\cdot\vec{t})\vec{t}) \end{aligned} \qquad (2)$$

zu den sechs Anfangsbedingungen $\vec{r}(s=0)=\vec{r}_o$, $\vec{t}(s=0)=\vec{t}_o$ übergeführt.
Das System (2) wird mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens (R.-K.-Verf.) gelöst. Über dieses allgemein bekannte Verfahren sei nur so viel gesagt: Kennt man schon $\vec{r}=\vec{r}(s_o)$ und $\vec{t}=\vec{t}(s_o)$, so liefert das R.-K.-Verf. einen benachbarten Bahnpunkt $\vec{r}=\vec{r}(s_o+\Delta s)$, $\vec{t}=\vec{t}(s_o+\Delta s)$ durch Taylor-Entwicklung bis zu Gliedern der Ordnung $(\Delta s)^4$ einschließlich. Bei jedem R.-K.-Schritt müssen die auf das Teilchen wirkende "Kräfte" nach (2) berechnet werden. Hierzu wird zunächst festgestellt, in welchem Meridianschnitt der zuletzt errechnete Punkt liegt. Das Koordinatensystem wird also mit dem Teilchen mitgedreht. Innerhalb dieser Schnittebene wird die Position (j,k) des Teilchens - wie am Ende von 2.2.1 beschrieben - bestimmt und durch Entwicklung der Fläche $\varphi=\varphi(r,z)$ im Punkte $z_o=jh$, $r_o=(k-1)h$ bis zu Gliedern zweiter Ordnung φ und hieraus $\nabla\varphi$ errechnet.

Bemerkung zur Schrittweitenwahl.

Der Fehler der numerischen Bahnintegration ist bei festgehaltener Schrittweite Δs in unmittelbarer Nähe der Kathode am größten (abgesehen vom trivialen Sonderfall des senkrechten Austritts). Daß dies keine Schwäche des R.-K.-Verf., sondern ein prinzipielles Problem ist, ist unschwer der Gleichung

$$\varkappa=|\ddot{\vec{r}}| = K(\varphi,\varphi_o)\frac{|\nabla\varphi|}{2(\varphi+\varphi_o)}\sin\sphericalangle(\dot{\vec{r}},\nabla\varphi) \qquad (3)$$

zu entnehmen, denn für Kathodenpunkte gilt ja

$$\frac{|\nabla\varphi|}{\varphi+\varphi_o} = \frac{E_o}{\varphi_o} = \frac{\text{Feldstärke vor der Kathode}}{\text{Austrittsspannung}} \quad . \tag{4}$$

Dieser Ausdruck wächst mit $\varphi_o \rightarrow 0$ über alle Grenzen.

Es kommt aber gerade darauf an, daß am Bahnanfang die Richtungen $\vec{t}$ möglichst genau bestimmt werden.

Diese Schwierigkeit wird umgangen, indem ein Kugelfeld φ^* konstruiert wird, das das numerisch gegebene Potentialfeld in der Nähe des Kathodenpunktes P approximiert (Fig. 9). Im Felde φ^* kann dann das Anfangsstück der Bahn als Kegelschnitt dargestellt werden. (Genaueres hierzu in 2.2.2.2). Erst wenn sich das Elektron um eine Maschenweite von der Kathode gelöst hat, wird mit dem R.-K.-Verf. weiter gerechnet und zwar bis zum Kathodenabstand von vier Maschenweiten zunächst mit der Schrittweite $\Delta s = h/4$. Beträgt der Teilchenabstand zur Kathode zwischen vier und acht Maschenweiten oder beträgt die Entfernung zum Betrachtungsschirm weniger als 40% der gesamten Feldlänge (dieser Bereich enthält die Anodenöffnung, in deren Nähe wegen großer $|\nabla\varphi|/\varphi$ - Werte nach (3) ebenfalls stärkere Bahnkrümmungen zu erwarten sind), so wird $\Delta s = h/2$ und im Restbereich = 0.8h gesetzt.

Diese Festlegung wurde durch Rechenversuche am Coulombfeld

$$\psi(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{R_o}{R} - 1\right) \tag{5}$$

nahegelegt. Dabei war der Radius R_o der Äquipotentialfläche $\psi = 0$ ("Kathode") zu 25 cm festgesetzt und Q so bestimmt, daß sich im Abstand R=1cm vom Pol ("Anode") ψ zu 25 kV ergab. Dieses Feld stellt für $1 \leq R \leq 25$ cm den prinzipiellen Verlauf des realen Feldes eines RBV in der Nähe der Achse gut dar und gestattet andererseits den Vergleich der exakten Bahnellipsen mit den numerisch bestimmten Bahnen. Die bei der numerischen Bahnintegration entstehenden Abweichungen von den exakten Auftreffpunkten auf der Fläche R=1 cm lagen stets unterhalb 10^{-4} mm. Da das Auflösungsvermögen des Betrachtungsschirmes $\lesssim 10$ Perio-

den/mm beträgt, liegt der maximal zulässige Rechenfehler in den Auftreffpunkten jedoch bei ca. 10^{-2}mm.

2.2.2.2 Berechnung des Bahnanfangstückes.

Der Fall des senkrechten Austritts aus der Kathode macht rechnerisch keine Schwierigkeiten und soll daher für die folgenden Überlegungen ausgeschlossen sein. Unter dieser Voraussetzung liegt der Bahnanfang in der von der Flächennormalen $\vec{n}$ und der Austrittsrichtung $\vec{t}_0$ in P aufgespannten Ebene, der sog. Schmiegebene. Wir setzen daher für beliebige Punkte P' aus der Nähe von P ein Kugelpotentialfeld

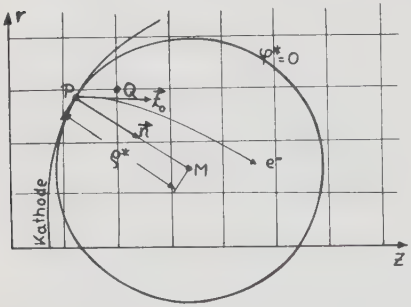


Fig. 9: Definition des Kugel-Potentialfeldes

$$\varphi^*(P') = C_1/\overline{P'M} + C_2 \qquad (1)$$

an, dessen singulärer Punkt M auf der durch P mit der Richtung $\vec{n}$ gehenden Geraden liegt und das den folgenden beiden Bedingungen genügt:

1. Der Radius ϱ^* der Äquipotentialfläche $\varphi^* = 0$ ist der Krümmungsradius der von der Kathode mit der Schmiegebene gebildeten Schnittkurve in P. ($\varphi^* = 0$ ist die sog. Schmiegkugel an diese Schnittkurve).

2. In dem P am nächsten gelegenen Gitterpunkt $Q \in G$ hat $\varphi^*(Q)$ den für diesen Punkt nach dem Maschenverfahren errechneten Wert $\varphi_{j,k}$.

Anmerkung: Im Sonderfall verschwindender Kathodenkrümmung wird für φ^* ein ebenes Feld konstruiert.

Der Bahnanfang wird dann im Felde φ^* als Kegelschnitt berechnet, nämlich als Ellipse im Falle $\varkappa > 0$ (Fig. 10a), als Parabel im Falle $\varkappa = 0$ (10b) und als Hyperbel im Falle $\varkappa < 0$ (10c), wenn $\varkappa$ die Krümmung der unter 1. genannten Schnittkurve in P bedeutet.

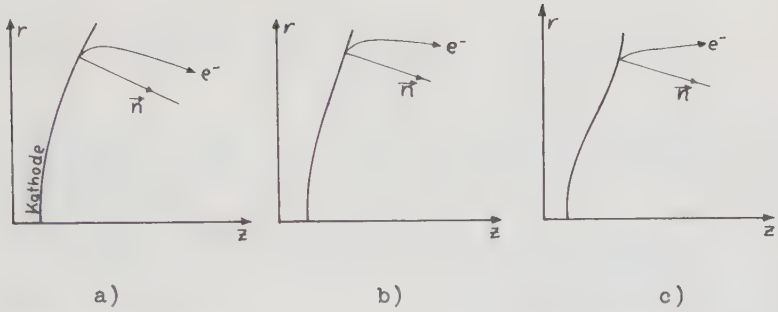


Fig. 10: Zusammenhang zwischen der Kathodenkrümmung $\varkappa$ und dem Kegelschnitt der Bahn
a: Ellipse für $\varkappa > 0$, b: Parabel für $\varkappa = 0$,
c: Hyperbel für $\varkappa < 0$.

2.2.3 Zusammenfassung der Bahnen zu Bündeln.

2.2.3.1 Bewertung der einzelnen Bahnen.

Das Unterprogramm ELBAHN faßt mehrere von einem vorgegebenen Kathodenpunkt P ausgehende Elektronenstrahlen zu einem Bündel zusammen und beschreibt die Lage und Gestalt, die dieses Bündel in der unmittelbaren Nähe des Betrachtungsschirmes hat. Dieser Beschreibung können Aussagen über die Verzeichnung, die Auflösungsverteilung, den Astigmatismus und die Bildfeldwölbung des RBV entnommen werden.

Ein Bündel besteht aus 9 x n Bahnen, wobei $1 \leq n \leq 10$ eine Anzahl diskreter Austrittsenergiewerte darstellt, die der Benutzer des Programms vorgibt. "9" ist die Anzahl der verschiedenen Austrittsrichtungen. Es handelt sich um die fünf in Fig. 11 angedeuteten meridional austretenden und die vier azimutal unter den Winkeln $90^\circ, 45^\circ, -45^\circ, -90^\circ$ relativ zur Flächennormalen austretenden Bahnen. Für jede dieser Bahnen gibt der Benutzer des Programms ein Gewicht f_i an mit

$$0 < f_i < 1, \quad \sum_{i=1}^{9} f_i = 1. \qquad (1)$$

Die mit dem Gewicht f_i versehene Bahn repräsentiert also gewisse mit der relativen Häufigkeit f_i austretende Elektronen.

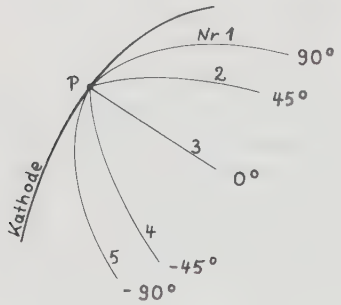


Fig.11: Austrittsrichtungen der Photoelektronen in der Meridianebene

Um die Vergleichbarkeit der verschiedenen berechneten RBV-Elektronenoptiken sicher zu stellen, wurde bei allen Rechenversuchen die gleiche Gewichtsverteilung gewählt:
Die fünf unter $\vartheta = 0^\circ$ bzw. $\vartheta = \pm 45^\circ$ austretenden Bahnen repräsentieren je einen gleich großen Raumwinkel $\Delta\Omega$ und die vier Randstrahlen ($\vartheta = \pm 90^\circ$) den Raumwinkel $\frac{1}{2}\Delta\Omega$ (Fig. 12). Dies liefert die Bedingungen

$$\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\vartheta=0}^{\vartheta_1} \sin\vartheta d\vartheta d\varphi = \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{\vartheta=\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sin\vartheta d\vartheta d\varphi = 2\int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{\vartheta=\vartheta_2}^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta d\vartheta d\varphi \qquad (2)$$

für die ϑ-Koordinaten der beiden in Fig. 12 eingezeichneten Breitenkreise (1) und (2), aus denen man $\cos\vartheta_1 = 6/7$ und $\cos\vartheta_2 = 2/7$ berechnet.

Bei Annahme einer Lambert-Verteilung - diese Annahme ist in der RBV-Literatur üblich [Eckart, 1962, S. 53 und 58; Csorba, 1970] - beträgt die relative Häufigkeit der in den Raumwinkel $\Delta\Omega$ zwischen ϑ' und ϑ'' austretenden Elektronen

$$f(\vartheta',\vartheta'') = \frac{1}{\pi}\int_{\varphi}\int_{\vartheta=\vartheta'}^{\vartheta''} \cos\vartheta \sin\vartheta d\vartheta d\varphi,$$

was auf $f(0,\vartheta_1) = 0.2652$, $f(\vartheta_1,\vartheta_2) = 0.1633$ und $f(\vartheta_2, \pi/2) = 0.0204$ führt.

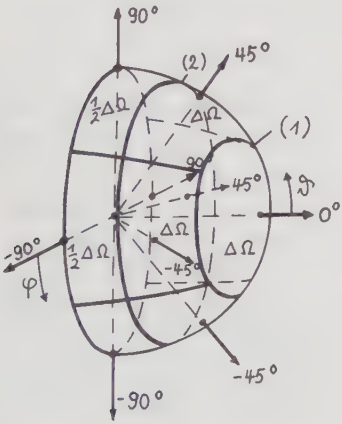


Fig. 12: Wahl des Raumwinkels $\Delta\Omega$

Zur Beschreibung der Energieverteilung wird deren Dichte h(E) an den Stellen $E_k = 0, 0.05, 0.1, \ldots, 2.95$ eV vom Benutzer vorgegeben. Das Programm normiert dann die Verteilung selbst auf 1, indem es mit der Dichte

$$h^*(E) = h(E) / \int_0^{2.95\,eV} h(E)\cdot dE \qquad (3)$$

rechnet.

Gibt man n Energiewerte $0 \leq E_1 < E_2 \ldots < E_n \leq 2.95$ eV vor, so wird allen mit der Energie E_k austretenden Elektronen das Gewicht g_k zugeordnet, wobei gesetzt ist (Fig. 13):

$$g_1 = \int_0^{\frac{1}{2}(E_1+E_2)} h^*(E)dE, \qquad g_n = \int_{\frac{1}{2}(E_{n-1}+E_n)}^{2.95} h^*(E)dE, \qquad (4)$$

$$g_k = \int_{\frac{1}{2}(E_{k-1}+E_k)}^{\frac{1}{2}(E_k+E_{k+1})} h^*(E)dE, \qquad (2 \leq k \leq n-1).$$

Im Falle $n = 1$ ist $g_1 = g_n = 1$.

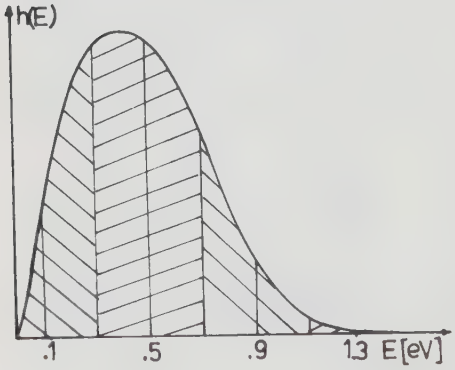


Fig. 13: Angenommene Energieverteilung der Elektronen

Bei allen RBV-Berechnungen wurden die Austrittsenergien $E_k = 0.1$, 0.5, 0.9 und 1.3 eV eingesetzt, denen in Anlehnung an eine Arbeit von Sakata [1953] die Gewichte $g(0.1) = 0.2775$, $g(0.5) = 0.5621$, $g(0.9) = 0.1576$ und $g(1.3) = 0.0028$ gegeben wurde.

2.2.3.2 Rechnerische Darstellung der Bündel.

$\vec{y}^{(i,k)}$ bezeichne den zweidimensionalen Vektor des Auftreffpunktes der (i,k)- ten Bahn auf dem Betrachtungsschirm:

$$\vec{y}^{(i,k)}=(y_1{}^{(i,k)},\ y_2{}^{(i,k)}). \tag{1}$$

Wir gehen also zum carthesischen Koordinatensystem $y_1=r\cdot\cos\vartheta$, $y_2=r\cdot\sin\vartheta$ über ($\vartheta=0$ Meridianebene).

Zunächst wird der Bildpunkt P' des Kathodenpunktes P durch Mittelung aller Auftreffpunkte bezüglich der auf den Betrachtungsschirm transportierten Gewichtsverteilung $p_{i,k}$ erklärt:

$$P': \qquad \langle\vec{y}\rangle=\sum_{i,k}\vec{y}^{(i,k)}p_{i,k}\ . \tag{2}$$

$\langle\vec{y}\rangle$ ist der Schwerpunkt des Bündels in der Betrachtungsschirmebene.

Als Varianz oder "Breite" des Bündels auf dem Betrachtungsschirm in meridionaler (j=1) bzw. sagittaler (j=2) Richtung bezeichnen wir die Größen

$$\mathrm{var}_j\vec{y}=\Big(\sum_{i,k}(y_j{}^{(i,k)}-\langle y_j\rangle)^2p_{i,k}\Big)^{1/2}, \tag{3}$$

wobei $\langle y_j\rangle$ die j- te Komponente des Vektors $\langle\vec{y}\rangle$ bedeutet. $\mathrm{var}_j\vec{y}$ ist die Varianz der j- ten Komponente y_j. (Es läge daher die Bezeichnung $\mathrm{var}(y_j)$ näher. Da aber die noch zu erklärende Größe $\mathrm{var}_3\vec{y}$ keine solche Deutung zuläßt, müßten für sie alle nachfolgenden Beziehungen gesondert hingeschrieben werden). Wir können $\mathrm{var}_1\vec{y}$ und $\mathrm{var}_2\vec{y}$ als Halbachse des in erster Näherung als Ellipse gedachten Bildfleckes deuten.

Daneben spielt noch die Größe

$$\mathrm{var}_3\vec{y}=\Big(\sum_{i,k}(\vec{y}^{(i,k)}-\langle\vec{y}\rangle)^2p_{i,k}\Big)^{1/2}=(\mathrm{var}_1{}^2\vec{y}+\mathrm{var}_2{}^2\vec{y})^{1/2} \tag{4}$$

eine Rolle. Wir bezeichnen sie als Gesamtvarianz des Bündels. Ihre anschauliche Deutung wird im Abschnitt 2.2.4 nachgeholt.

Wollte man die Abbildungsgüte des RBV allein mit Hilfe der soeben eingeführten Varianzen beurteilen, so müßte man zuvor durch richtige Wahl der Fokussierspannung (= Spannung der anodennächsten Elektrode) das Bild auf den Betrachtungsschirm scharf stellen. Rechnerisch ist diese Scharfstellung jedoch nicht praktikabel, denn jede Variation der Elektrodenspannung erfordert ja eine neue Potentialfeldberechnung.

Von dieser Schwierigkeit befreien wir uns weitgehend, indem wir eine räumliche und zugleich leicht überschaubare Darstellung des Bündels in der Betrachtungsschirmnähe verwenden. Die Erfahrung im Umgang mit dem Rechenprogramm hat gezeigt, daß man selbst bei bis zu $\pm$ 20% falsch gewählter Fokussierspannung mit Hilfe dieser Darstellung die Abbildungsgüte des Rohres noch zuverlässig beurteilen kann, da sich in diesem Spannungsbereich die Charakteristika des Bildes (Bildlage, Form der Schärfenflächen usw.) nahezu linear verhalten.

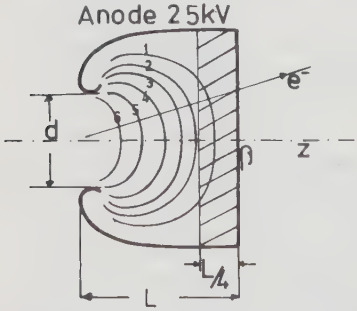


Fig. 14: Bahnverlauf im Anodentopf

1: 24950V 2: 24900V
3: 24850V 4: 24750V
5: 24500V 6: 24000V

Für unsere Darstellung nützen wir aus, daß die Bahnen bei Annäherung an den Betrachtungsschirm praktisch in Geraden übergehen. Legen wir z.B. einen RBV der Länge ca. 25 cm mit 25 kV Beschleunigungsspannung zugrunde, so erhalten wir bei einem extrem ungünstigen Verhältnis d/L der Anodenöffnung zur Anodenlänge von 1.8/3 (Fig.14) im Abstand bis zu L/4 vom Betrachtungsschirm Feldstärken unterhalb 250V/cm. Der Sinus des Winkels zwischen Feldstärke und Bahntangente überschreitet 0.3 nicht. Nach 2.2.2.1 Glg.(3) bleiben daher die Bahnkrümmungsradien in diesem Bereich oberhalb 600 cm.

Wir ersetzen daher in der unmittelbaren Nähe des Betrachtungsschirmes die Bahnen durch die Tangenten im Auftreffpunkt

auf dem Schirm:

$$\vec{y}^{(i,k)}(z)=\vec{y}^{(i,k)}+\vec{s}^{(i,k)}\cdot(z-\beta). \tag{5}$$

Dabei ist der Richtungsvektor $\vec{s}^{(i,k)}$ mit Hilfe des Tangenteneinheitsvektors $\vec{t}^{(i,k)}$ im Auftreffpunkt definiert:

$$\vec{s}^{(i,k)}=(t_1^{(i,k)},\ t_2^{(i,k)})/t_3^{(i,k)} \tag{6}$$

(siehe Fig. 15; dort ist angenommen, daß die Bahn in der Meridianebene verläuft).

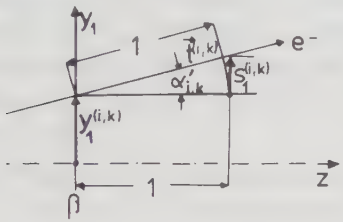


Fig. 15: Bestimmungsgrößen der Bahnkurve in Betrachtungsschirmnähe

Mit den $\vec{s}^{(i,k)}$ bilden wir wieder die zu (2),(3) und (4) analogen Ausdrücke: ihren Mittelwert $\langle\vec{s}\rangle$ und die statistischen Streuungen $\mathrm{var}_j\vec{s}$ (j=1,2) bzw. $\mathrm{var}_3\vec{s}$ =

$$= (\mathrm{var}_1^2\vec{s} + \mathrm{var}_2^2\vec{s})^{1/2}. \tag{7}$$

Setzt man noch

$$\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})= \sum_{i,k}(y_j^{(i,k)}-\langle y_j\rangle)(s_j^{(i,k)}-\langle s_j\rangle)p_{i,k} \tag{8}$$

für j = 1,2 und

$$\mathrm{cov}_3(\vec{y},\vec{s})= \sum_{i,k}(\vec{y}^{(i,k)}-\langle\vec{y}\rangle)\cdot(\vec{s}^{(i,k)}-\langle\vec{s}\rangle)p_{i,k} = \\ = \mathrm{cov}_1(\vec{y},\vec{s}) + \mathrm{cov}_2(\vec{y},\vec{s}), \tag{9}$$

so kann man im Anodenraum für jede zum Betrachtungsschirm parallel verschobene Ebene z=const. die Größen $\mathrm{var}_j\vec{y}$ (j=1,2,3) als Funktion der z-Koordinate angeben. (Die Bedeutung der Ausdrücke $\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})$ wird im Anhang A4 erläutert).

Zunächst berechnen wir für die Bahn des Bündelschwerpunktes durch Mittelung bezüglich der $p_{i,k}$ die Gerade

$$\langle\vec{y}(z)\rangle= \langle\vec{y}\rangle+\langle\vec{s}\rangle(z-\beta) \tag{10}$$

und hiermit die Varianzen in der Ebene z=const.

$$\mathrm{var}_j\vec{y}(z)=(\mathrm{var}_j^2\vec{y} + 2\cdot\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})\cdot(z-\beta)+\mathrm{var}_j^2\vec{s}\cdot(z-\beta)^2)^{1/2} \qquad (11)$$

$(j = 1,2,3)$.

Wir bezeichnen diese drei Hyperbeln als Varianzhyperbeln bzw. Varianzkurven. Sie sind z.B. in der Abbildung 1 rechts unten dargestellt. (Die Abbildungen sind im Gegensatz zu den in den Text eingestreuten Figuren am Ende der Arbeit abgeheftet). Die durchgezogenen Kurven sind die meridionalen und die gestrichelten die sagittalen Varianzkurven. Die Nummern an den Kurven kennzeichnen die zugehörigen Kathodenpunkte. Die Gesamtvarianzkurven sind nicht eingezeichnet, da nur ihre Minima von Interesse sind.

Durch Differenzieren der Varianzkurven erhalten wir nach (11) und (10) die Orte minimaler Varianz zu

$$z_{min,j}=\beta-\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})/\mathrm{var}_j^2\vec{s}, \qquad (12)$$

$$\langle y_1(z_{min,j})\rangle=\langle y_1\rangle-\langle s_1\rangle\cdot\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})/\mathrm{var}_j^2\vec{s}, \qquad \langle y_2(z_{min,j})\rangle= 0.$$

Die minimalen Varianzen selbst sind

$$\mathrm{var}_j\vec{y}_{min}=\mathrm{var}_j\vec{y}(z_{min,j})=(\mathrm{var}_j^2\vec{y}-\mathrm{cov}_j^2(\vec{y},\vec{s})/\mathrm{var}_j^2\vec{s})^{1/2} . \qquad (13)$$

Stellt man die Varianzkurven als Funktion von $z-z_{min,j}$ dar, so erhält man die natürlichere Darstellung

$$\mathrm{var}_j\vec{y}(z) = (\mathrm{var}_j^2\vec{y}_{min} + \mathrm{var}_j^2\vec{s}\cdot(z-z_{min,j})^2)^{1/2} . \qquad (14)$$

2.2.4 Grundlegende Auswertungsmethoden.

Während jeder RBV-Berechnung werden automatisch zwei Dia-Positive mit Hilfe eines Ferranti-Mikrofilm-Plotters erstellt. Die gleichen Bilder erhält der Benutzer des Programms auch auf Papier im DIN A 3 - Format.

Schon während der Dateneingabe beginnt der Rechner das erste Bild zu zeichnen (siehe z.B. Abb. 3). Dabei wird die Berandung dort, wo eine Darstellung durch Geradenstücke nicht möglich ist, durch kleine Kreise markiert.

Anschließend wird das Potentialfeld berechnet; danach werden die Äquipotentiallinien gezeichnet, deren Anzahl und Spannungen der Benutzer vorgegeben hat. Das Programm versieht diese Linien mit Nummern, so daß er die Zuordnung zu den Spannungen treffen kann.

Nun beginnt die Berechnung der Elektronenbahnen. Aus jedem Bündel werden die drei in der Meridianebene tangential und normal zur Kathodenfläche austretenden Bahnen aufgezeichnet, deren Austrittsenergie E_k das maximale Gewicht g_k besitzt.

Das zweite Bild (siehe z.B. Abb. 4) stellt die wichtigsten elektronenoptischen Charakteristika des RBV dar *). Es sind im linken Teil die Bildschalen und im rechten unten die Varianzkurven und oben die Abbildungsverhältnisse dargestellt. Nachfolgend wird beschrieben, wie man an Hand dieses Bildes und einiger vom Rechner ausgegebener Zahlenwerte die elektronenoptischen Eigenschaften des RBV beurteilen kann. In diesem Abschnitt werden zugleich die später zu verwendenden Begriffe festgelegt.

Die Varianzkurven $\mathrm{var}_j\vec{y}(z)(j=1,2)$ geben in jeder Ebene z=const. aus der Nähe des Betrachtungsschirmes (z=ß) die Halbachsen des in erster Näherung als Ellipse gedachten Bildfleckes

---

*) Das Programm zur Aufzeichnung dieses Bildes wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Math. K. Führer erstellt.

an. Sie liefern somit ein Maß zur Beurteilung des zum Kathodenpunkt P gehörigen (lokalen) Auflösungsvermögens in meridionaler (=radialer) bzw. sagittaler (=azimutaler) Richtung.

Die Asymmetrie dieses Bildfleckes, d.h. die Abweichung von der Kreisform, kann man mit Hilfe der Größe

$$A(z)=(\mathrm{var}_1\vec{y}(z) - \mathrm{var}_2\vec{y}(z))/\mathrm{var}_3\vec{y}(z) \tag{1}$$

beurteilen. Es ist $-1<A<+1$, wobei im Falle $A<0$ die Ellipse in azimutaler und im Falle $A>0$ in meridionaler Richtung gestreckt ist. In den Grenzfällen $|A(z)|=1$ wäre der Fleck zum Strich entartet.

Jetzt kann auch die Gesamtvarianz $\mathrm{var}_3\vec{y}(z)$ anschaulich gedeutet werden: Der elliptische Bildfleck besitzt in der Ebene z = const. den Querschnitt

$$Q(z)=\pi\,\mathrm{var}_1\vec{y}(z)\cdot\mathrm{var}_2\vec{y}(z). \tag{2}$$

Nach (1) und (2) besteht daher die Beziehung

$$\mathrm{var}_3\vec{y}(z)=\left(\frac{2}{\pi}\cdot\frac{Q(z)}{1-A^2(z)}\right)^{1/2}. \tag{3}$$

Die Gesamtvarianz ist also - abgesehen von extrem asymmetrischen Bildflecken - der Wurzel aus dem Bündelquerschnitt proportional. Würde man zur Beurteilung der Bildgüte den Bündelquerschnitt Q selbst heranziehen, so könnte das Auflösungsvermögen im "Optimum" stark richtungsabhängig sein. Hingegen werden durch $\mathrm{var}_3 y(z)$ solche Extremfälle richtig erfaßt, da dann der linke Teil der Ungleichung

$$\max\{\mathrm{var}_1\vec{y}(z),\mathrm{var}_2\vec{y}(z)\}\leq\mathrm{var}_3\vec{y}(z)\leq\sqrt{2}\,\max\{\mathrm{var}_1\vec{y}(z),\mathrm{var}_2\vec{y}(z)\} \tag{4}$$

in die Gleichheit übergeht. $\mathrm{var}_3\vec{y}(z)$ mißt dann einfach die ungünstigere der beiden Bündelbreiten.

Die Orte auf den Bündelschwerpunktsbahnen, wo die drei Varianzkurven ihr Minimum besitzen, definieren drei Flächen F_j. Wir bezeichnen sie als Flächen minimaler Varianz oder - kürzer und anschaulicher, aber unpräziser - als Schärfenflächen oder Bildschalen.

Diese Bildschalen sind im linken Teil der Abb. 1 aufgezeichnet. Die horizontale Achse stellt die Rohrachse dar, die vertikale deutet den Betrachtungsschirm an. Zahlenangaben links und rechts an den Bündelschwerpunktsgeraden ermöglichen die Zuordnung sowohl zu den Kathodenpunkten (Zahlenangabe rechts = Achsenabstand des Kathodenpunktes) als auch zu den im rechten Teil des Bildes dargestellten Varianzkurven.

Der Schärfenverlust bei Abweichung der Betrachtungsschirmebene von einer der Flächen $F_j (j=1,2)$ wird umso empfindlicher von dieser Abweichung abhängen, je steiler die Asymptoten der Varianzkurven verlaufen. Da die Steigung der Asymptoten $var_j\vec{s}$ ist, soll die Schärfentiefe durch $1/var_j\vec{s}$ gemessen werden. Den Winkel ϑ_j mit $tg\vartheta_j = var_j\vec{s}$ $(j=1,2)$ bezeichnen wir als Aperturwinkel des Bündels.

Bei manchen Überlegungen ist es notwendig, die beiden Bildschalen F_j $(j=1,2)$ durch eine einzige Kompromißbildschale zu ersetzen. Spricht man z.B. von der Bildfeldwölbung, so meint man immer die Wölbung einer Ersatzbildschale. Hierzu bietet sich die Fläche F_3 minimaler Gesamtvarianz an. Es läßt sich nämlich zeigen (Anhang A2), daß die Fläche F_3 zwischen der meridionalen und der sagittalen Bildschale liegt und zwar näher bei derjenigen Bildschale F_j $(j=1,2)$, auf der die Schärfentiefe $1/var_j\vec{s}$ kleiner ist.

Nun können wir ein geeignetes Maß für die Bildfeldwölbung angeben. Es seien für die Kathodenpunkte $P_1,\ldots,P_n$ (Fig. 16) die zugehörigen Bildpunkte $P'_1,\ldots,P'_n$ auf der Fläche F_3 minimaler Gesamtvarianz berechnet. Es wird nun diejenige Kugel mit Mittelpunkt auf der Rohrachse bestimmt, deren Oberfläche sich im Sinne der Methode der kleinsten Fehlerquadrate diesen Punkten optimal anschmiegt. Wir nennen sie die "optimale" Kugel. Ihr Radius R_{OPTIM} wird vom Programm ausgedruckt. Im Normalfall wird man den Kathodenpunkt P_n direkt auf den Rand der RBV-Eingangsöffnung legen. Dann kann man die Bildfeldwölbung W in grober - für die Praxis jedoch ausreichender Weise - durch

$$W = \frac{b_n}{R_{OPTIM}} \tag{5}$$

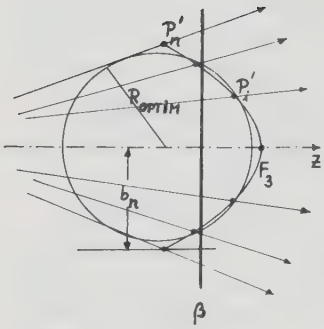


Fig.16: Fläche minimaler Gesamtvarianz und optimale Kugel

messen. Man könnte W vielleicht besser als mittlere Bildfeldwölbung bezeichnen.

Die Abbildungsverhältnisse des RBV werden jeweils im rechten oberen Teil des 2. Plotterbildes dargestellt (siehe z.B. Abb. 1). Es bedeuten H/B und DH/DB das absolute integrale bzw. differentielle Abbildungsverhältnis, aufgetragen über dem Eingangsradius H (Fig. 17). Dabei ist DH/DB als zentraler Differenzenquotient $(H_2-H_1)/(B_2-B_1)$ an der Stelle $(H_2+H_1)/2$ berechnet. Die Abbildungsverhältnisse G/B und DG/DB sind die entsprechenden Größen, jedoch bezogen auf eine 2 cm vor der Kathode befindliche Testebene bei einem Abstand des Fokus der Röntgenröhre zur Schirmmitte von 100 cm (Fig. 17). Diese Größen sind über G aufgetragen (siehe Abb. 1). Die Einführung einer Testebene 2 cm vor dem Scheitelpunkt der Photokathode ist notwendig, weil Bleistrichteste und Testgitter nur außerhalb des Vakuumabschlusses angebracht werden können.

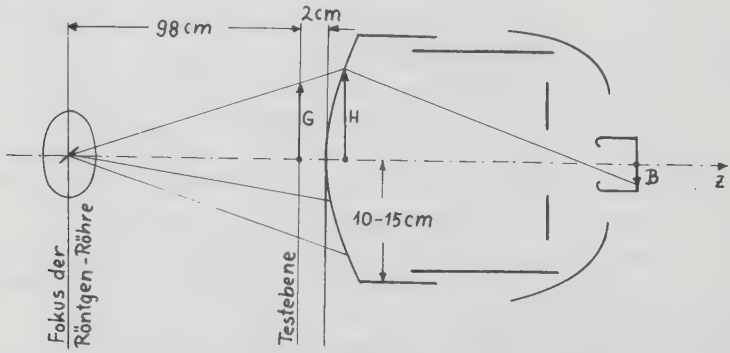


Fig. 17: Lage der Testebene (nicht maßstäblich gezeichnet).

3. Behandlung von Problemen der RBV-Elektronenoptik mit Hilfe des Rechenverfahrens.

3.1 Einteilung und Bewertung der Probleme der RBV-Elektronenoptik.

Die Abb. 1 zeigt Schärfenflächen und Varianzkurven, wie sie für einen RBV mit kugelförmiger Kathode typisch sind.

Zunächst fällt auf, daß die minimalen Varianzen nur geringfügig vom Kathodenpunkt abhängen. Auf den Flächen F_1 bzw. F_2 liegen in meridionaler (=radialer) bzw. sagittaler (=azimutaler) Richtung jeweils angenähert gleichmäßig scharfe Bilder vor. Bildfeldwölbung und Astigmatismus zusammen mit einer geringen Schärfentiefe machen es jedoch unmöglich, ein ähnlich scharfes Bild auf einem ebenen Betrachtungsschirm zu empfangen. So wird z.B. im vorliegenden Fall nur die schmale Ringzone der Kathode mit Radius h zwischen 6 und 7.5 cm optimal abgebildet. Zum Rand hin fällt die Bildschärfe stark ab.

Bei Verwendung ebener Betrachtungsschirme sind wir also zu einer Kompromißscharfstellung gezwungen, durch die unter Verzicht auf die optimal erreichbare Abbildungsschärfe in der Bildmitte der Bereich untragbar schlechter Bildgüte an den Bildrand gedrängt wird. (Anmerkung: In der Praxis würde man allerdings durch geeignete Wahl der Fokussierspannung auf eine Ringzone der Kathode mit Radius 4 cm scharf stellen).

Das Hauptproblem der RBV-Elektronenoptik besteht also darin, die auf den Bildschalen gegebene Bildschärfe möglichst auf dem ganzen Betrachtungsschirm auszunützen.

Als elektronenoptisch einfachster Weg, dies zu erreichen, muß der Übergang zu geeignet gewölbten Betrachtungsschirmen angesehen werden, die man durch hohl geschliffene Faseroptiken realisieren könnte. Untersuchungen mit Hilfe des Programms RBVPLT haben jedoch ergeben, daß bei Verwendung sphärischer Kathoden der Radius der optimalen Kugel - der einen brauchbaren Näherungswert für den geforderten Radius des Schliffes darstellt - kaum größer als der 1.5- fache Bildradius ist.

Es würden daher erhebliche technologische Schwierigkeiten bei der Beschichtung des Schliffes mit Leuchtstoff entstehen. Weitere technologische Schwierigkeiten würden aus der geringen Spannungsfestigkeit der Faseroptik resultieren. Aus diesen Gründen werden wir bei den nachfolgenden Untersuchungen den Betrachtungsschirm grundsätzlich als eben annehmen.

Als zweites Problem nennen wir die Verringerung der kissenförmigen Verzeichnung des Bildes. Diese Bildfehler beeinträchtigen den Wert des RBV für die Röntgendiagnostik sicher nur unwesentlich, da er den Informationsinhalt des Bildes nicht mindert. Er stört aber z.B. den Arzt, der die Nagelung eines Knochenbruchs auf dem Fernsehbildschirm verfolgen will. Wir werden ihn im Abschnitt 3.4 zusammen mit der Vignettierung besprechen, die er ja zum Teil mit verursacht.

Wir teilen nun die Maßnahmen, mit denen die auflösungsbegrenzenden elektronenoptischen Eigenschaften der RBV verbessert werden können, nach ihrer Wirkung auf die Varianzkurven ein.

Die Varianzkurven werden nach 2.2.3.2 Glg. (14) durch drei unabhängige Parameter beschrieben: durch die beiden Gestaltsparameter $\mathrm{var}_j \vec{s} = \mathrm{tg}\,\vartheta_j$ bzw. $\mathrm{var}_j \vec{\vartheta}_{min}$ und durch den Lageparameter $z_{min,j}$. Demzufolge gibt es in unserem Modell genau drei Typen möglicher Maßnahmen, mit denen man die Bildschärfe beeinflussen kann:

a) Verkleinerung des Aperturwinkels ϑ_j (Erhöhung der Schärfentiefe).

Diesem Problem kommt natürlich eine Schlüsselstellung zu, weil bei großer Schärfentiefe die Probleme der Bildfeldwölbung und des Astigmatismus bedeutungslos

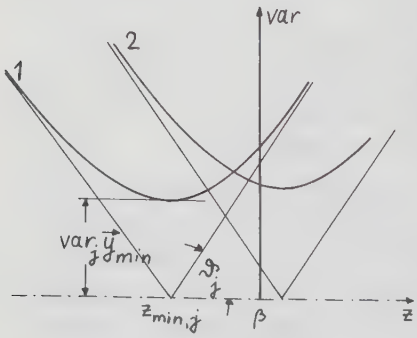


Fig.18: Beispiel zweier Varianzkurven.

werden und weil die zulässigen Toleranzen im geometrischen Aufbau des RBV und seiner Spannungsversorgung größer gewählt werden dürfen. Im Abschnitt 3.2 wird gezeigt, daß die Schärfentiefe bei gleichbleibender Qualität der Leuchtschirme und der Photokathode und bei gleichbleibender Röntgen-Dosisleistung nicht wesentlich gesteigert werden kann. Die Forderung nach einer großen Schärfentiefe widerspricht nämlich der Forderung nach einem hellen Ausgangsbild.

b) Verbesserung der durch $var_j\vec{y}_{min}$ gegebenen maximal erreichbaren Bildschärfe.
Solange noch keine Mittel gefunden sind, die Schärfentiefe wesentlich gegenüber derjenigen zu erhöhen, die z.B. im Falle unseres Versuchsrohres vorliegt (siehe Abb. 1), oder aber die Bildfeldwölbung wesentlich zu mindern, bleibt das Problem der weitern Auflösungsverbesserung auf den Bildschalen zweitrangig. Würde man bei den Varianzkurven der Fig. 18 mit Hilfe geeigneter Maßnahmen allein die Parameter $var_j\vec{y}_{min}$ verkleinern, so würde man lediglich die im Falle der Hyperbel 2 schon auf dem Betrachtungsschirm z=ß vorhandene gute elektronenoptische Auflösung merklich verbessern!

Aus diesem Grunde konzentrieren wir uns auf die Behandlung der anderen beiden Probleme. Wegen der nachfolgend noch zu schildernden Fortschritte hat das Problem der $var_j\vec{y}_{min}$ - Verkleinerung allerdings wieder an Bedeutung gewonnen. Es soll zu einem späteren Zeitpunkt behandelt werden.

c) Verschiebung der Varianzkurven entlang der Rohrachse. Es hat sich gezeigt, daß es ein einfaches und wirkungsvolles Mittel gibt, das Bildfeld einzuebnen (Abschnitt 3.3.1): nämlich die Kathodenkrümmung von der Mitte zum Rand abnehmen zu lassen. Diese Maßnahme beeinflußt zugleich den Astigmatismus (Abschnitt 3.3.2), die kissenförmige Verzeichnung und die Vignettierung (Abschnitt 3.4) und die Koma (Die Koma, die sich im Anwachsen von $var_1\vec{y}_{min}$ äußert, wird in dieser Arbeit nicht behandelt).

3.2 Die Schärfentiefe des RBV.

Es ist das Ziel dieses Paragraphen, die Aperturwinkel ϑ_j der Elektronenbahnenbündel mit Hilfe leichter zugänglicher Kenngrößen eines RBV darzustellen. Da alle Kurven aus einer zu einer festen Spannungseinstellung am RBV gehörigen Varianzkurvenschar angenähert gleiche Neigungswinkel ihrer Asymptoten besitzen (siehe Abb. 1,2,4,6 und 7), läßt sich die Aufgabe in erster Näherung darauf reduzieren, die gesuchte Beziehung für das von der Kathodenmitte ausgehende Bündel zu finden. Für dieses Bündel werden wir in 3.2.3 die Beziehung

$$\mathrm{tg}\,\vartheta_j = \left(\frac{\langle \varphi_o \cdot \sin^2\alpha \rangle}{2\,\Phi_a^*}\right)^{1/2} \cdot |V| \qquad (1)$$

herleiten. (Hier bedeuten V das Abbildungsverhältnis Gegenstandsgröße/Bildgröße, φ_o die Austrittsspannung, α den von der positiven z-Richtung aus gezählten Austrittswinkel der Elektronen und Φ_a^* die relativistisch korrigierte Anodenspannung [Glaser, 1952; S. 144] :

$$\Phi_a^* = \Phi_a \cdot \left(1 + \frac{e}{2m_o c^2}\,\Phi_a\right) = 25611.6 \text{ Volt.} \qquad (2)$$

Die spitzen Klammern deuten wieder die Mittelung bezüglich der Austrittsverteilung $p_{i,k}$ an).

Aus (1) ziehen wir eine wichtige Konsequenz. Da die Größe $\langle \varphi_o \cdot \sin^2\alpha \rangle^{1/2}$, d.h. die Varianz der tangential zur Kathodenfläche genommenen Komponente der Austrittsvoltgeschwindigkeit, elektronenoptisch nicht beeinflußbar ist, können wir den Aperturwinkel nur mit Hilfe der Parameter V und Φ_a^* verkleinern. Der Aperturwinkel hängt von der Anodenspannung zu schwach ab, als daß man die Schärfentiefe durch Erhöhung dieser Spannung wesentlich verbessern könnte. Schon ein kleiner Schärfentiefengewinn würde einem merklichen Verlust an Spannungsfestigkeit des Rohres gegenüber stehen. Der einzige frei verfügbare Parameter ist somit das Abbildungsverhältnis $|V|$. Es sollte möglichst klein, der Bilddurchmesser

also möglichst groß gewählt werden. Bedenkt man aber, daß bei konstant gehaltener Schirmqualität und konstant gehaltener Röntgen-Dosisleistung die Schirmhelligkeit zu V^2 proportional ist, so erkennt man, daß auch dieser Möglichkeit enge Grenzen gesteckt sind.

Zur Herleitung von (1) werden wir für die einzelnen von der Kathodenmitte ausgehenden Bahnen die sin-Bedingung

$$V\sqrt{\varphi_o}\cdot\sin\alpha = \sqrt{\Phi_a^*}\cdot\sin\alpha' \qquad (3)$$

benutzen. (V bedeutet hier das auf die Gauß'sche Bildebene bezogene Abbildungsverhältnis, α' den von der positiven z-Richtung aus gezählten Winkel, unter dem das mit der Energie $e\varphi_o$ und dem Winkel α austretende Elektron die Rohrachse schneidet).

Leider würde der Nachweis der Gültigkeit von (3) in der RBV-Elektronenoptik wegen der beiden frei variierbaren Bündelparameter φ_o und α erheblich größeren Aufwand erfordern als die Überprüfung der aus (3) resultierenden Beziehung (1) selbst. Wir werden uns daher damit begnügen, die Gültigkeit von (3) einerseits für einen idealisierten RBV zu begründen und andererseits den Nachweis für einen ausgewählten realen RBV zu führen.

3.2.1 Begründung der sin-Bedingung für einen idealisierten RBV.

Es war in 1.2 erklärt worden, daß der Kugelkondensator (mit der äußeren Kugel als Kathode und der inneren als Anode) als vereinfachtes Modell eines RBV betrachtet werden kann. Dieses Modell wird in der Arbeit von Schagen, Bruining und Francken [1952] noch wesentlich verfeinert, indem der defokussierende Einfluß eines in die innere Kugelfläche (Anode) "gebohrten" Loches berücksichtigt wird. Es läßt sich nun unter Benutzung der von Schagen et al. [1952] angegebenen Ergebnisse zeigen, daß in diesem Modell bei hinreichend kleinem Anodenloch die sin-Bedingung näherungsweise erfüllt ist. Sie steht somit im Einklang mit dem Grundprinzip der RBV-Elektronenoptik.

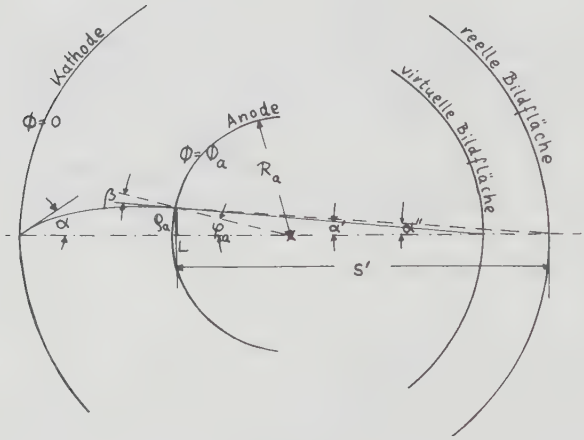


Fig. 19: Kugelkondensatorfeld, virtuelle und reelle Bildfläche.

Wir betrachten zunächst die virtuelle Abbildung, die durch die gradlinige Verlängerung der Elektronenbahnen in ihrem Auftreffpunkt auf der (nicht durchbohrten) Anode definiert ist. Mit den in Fig. 19 eingetragenen Bezeichnungen gelten die folgenden im nichtrelativistischen Fall streng gültigen Beziehungen [Schagen et al., 1952] :

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi_a}{2}=\frac{-\cos\alpha+\{(1-p)+pn-n^2\sin^2\alpha\}^{1/2}}{p-(n+1)\sin^2\alpha}\cdot\sin\alpha \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{n}{\{(1-p)+pn-n^2\sin^2\alpha\}^{1/2}}\cdot\sin\alpha \qquad (2)$$

Dabei bedeuten:

$$n = \text{Kathodenradius/Anodenradius und } p=\frac{1}{n-1}\,\frac{e\Phi_a}{\varepsilon_o}\,. \qquad (3)$$

ε_o ist die Austrittsenergie des Elektrons aus der Kathode. Beim RBV wird man für n etwa 10 und für p wegen $\Phi_a = 25\text{kV}$ einen Wert >1000 einsetzen. Es gilt daher näherungsweise

$$\frac{\varphi_a}{2}\approx\operatorname{tg}\frac{\varphi_a}{2}\approx\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{p}}\sin\alpha \qquad \text{und} \qquad \beta\approx\operatorname{tg}\beta\approx\frac{n}{\sqrt{n-1}\sqrt{p}}\sin\alpha\,. \qquad (4)$$

Daher ergibt sich für den Neigungswinkel α' der Bahn im Auftreffpunkt auf der Achse:

$$\sin\alpha'\approx\alpha'=\varphi_a-\beta\approx\left(2\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{p}}-\frac{n}{\sqrt{n-1}\sqrt{p}}\right)\sin\alpha=\frac{n-2}{\sqrt{n-1}\sqrt{p}}\sin\alpha=(n-2)\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{e\Phi_a}}\sin\alpha. \qquad (5)$$

In der genannten Arbeit wird aber $M=1/(n-2)$ als Lateralvergrößerung der virtuellen Abbildung errechnet. Wir benutzen statt M das Abbildungsverhältnis V=Dinggröße/Bildgröße, d.h. $V=-1/M=2-n$, wobei die Bildumkehr durch das Vorzeichen von V berücksichtigt wird. Zählt man, wie oben festgelegt wurde, den Auftreffwinkel von der positiven z-Richtung aus im mathematisch positiven Sinn, so lautet er nach Fig. 19 $-\alpha'$.
Mit $\varphi_o = \varepsilon_o/e$ erhält man dann näherungsweise die sin-Bedingung:

$$V\sqrt{\varphi_o}\sin\alpha\approx\sqrt{\Phi_a}\sin(-\alpha'). \qquad (6)$$

Der Fehler in dieser Beziehung läßt sich relativ leicht überblicken. Nach (1) und (2) ist $\sin\alpha' = \sin(\varphi_a-\beta)$ eine Funktion von n, p und α, ebenso der sich aus (6) für $\sin\alpha'$ ergebende Näherungswert

$$\overline{\sin\alpha'} = -V\sqrt{\frac{\varphi_o}{\Phi_a}}\,\sin\alpha = \frac{n-2}{\sqrt{n-1}\,\sqrt{p}}\,\sin\alpha\,.$$

Der relative Fehler $f = f(n,p,\alpha) = \overline{\sin\alpha'}/\sin\alpha' - 1$ bleibt für $p \geq 1000$ und $n \geq 8$, d.h. $|V| \geq 6/1$, für alle Austrittswinkel α $(0 \leq \alpha \leq \pi/2)$ dem Betrage nach kleiner als 0.03. Die maximalen Fehler treten dabei im Limes $\alpha \rightarrow 0$ auf.

Die Beziehung (6) gilt auch angenähert für die reelle Abbildung, die man erhält, wenn man bei L (Fig. 19) ein Loch in die Anode bohrt. Es wird nämlich in der genannten Arbeit abgeschätzt, daß bei hinreichend kleinem Anodenloch das reelle Bild im Abstand

$$s' \approx \frac{6(n-1)}{n-4}\,R_a \tag{7}$$

(R_a = Radius der Anode) hinter diesem Loch entworfen wird. Das Abbildungsverhältnis ist dabei

$$V = (4-n)/3\,. \tag{8}$$

Der Achsenabstand ϱ_a, mit dem das unter dem Winkel α mit der Energie $e\varphi_o$ austretende Elektron in das Anodenloch eintritt, wird als

$$\varrho_a \approx 2(n-1)R_a\left(\frac{\varphi_o \cdot \sin^2\alpha}{\Phi_a}\right)^{1/2} \tag{9}$$

angegeben.

Wählt man das Loch hinreichend klein, so werden die Bahnen im Anodenloch praktisch geknickt und verlaufen im feldfreien Raum geradlinig weiter (Fig. 19). Nach (9),(8) und (7) und Fig. 19 gilt dann

$$\sin\alpha'' \approx \frac{\varrho_a}{s'} \approx -V\sqrt{\frac{\varphi_o}{\Phi_a}}\,\sin\alpha\,. \tag{10}$$

Die Sinus-Bedingung ist also auch näherungsweise für die reelle Abbildung erfüllt!

3.2.2 Nachweis der Gültigkeit der sin-Bedingung für einen ausgewählten RBV.

Der Nachweis der sin-Bedingung wurde an einem Versuchs-RBV durchgeführt, der so dimensioniert ist, daß die Anodenöffnung genau im Kugelmittelpunkt der Kathode liegt (Fig. 20). Er ähnelt daher noch weitgehend dem in 3.2.1 besprochenen Kugelkondensator. Es wurden für jeden der Energiewerte $e\varphi_0 = 0.1, 0.5, 0.9$ und 1.3 eV je 20 Bahnen berechnet, nämlich die vom Kathodenmittelpunkt in die Richtung α_i mit $\sin\alpha_i = 0.995(i-1)/19 + 0.005$ $(1 \leq i \leq 20)$ austretenden Bahnen (Fig. 21).

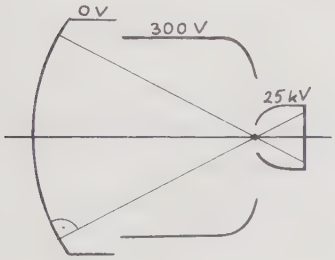


Fig.20: Versuchselektronenoptik mit Anodenöffnung im Kugelmittelpunkt.

(Anmerkung: die Ergebnisse für die extrem flach verlaufende Bahn i=1 waren mit vier Nachkommastellen zu ungenau dargestellt und wurden daher nicht ausgewertet).

Fig. 21: Bahnbestimmungsstücke zur Berechnung der Abbildungsverhältnisse.

Aus dem Winkel $\alpha'_{i,k}$, unter dem die (i,k)-te Bahn die z-Achse an der Stelle $z_{i,k}$ schneidet, wurde nach (3) aus 3.2 die Größe

$$V^*_{i,k} = \sqrt{\frac{\Phi^*_a}{\varphi_{ok}}} \cdot \frac{\sin\alpha'_{i,k}}{\sin\alpha_i} \qquad (1)$$

berechnet und mit dem direkt bestimmten Abbildungsverhältnis $V_{i,k}$ verglichen. Dabei wurde $V_{i,k}$ folgendermaßen festgelegt: Die mit der Energie $e\varphi_{ok}$ im Achsenabstand $h=\frac{1}{3}\cdot$Öffnungsradius der Kathode normal austretende Bahn schneidet die Ebene $z=z_{i,k}$ im Abstand $-b_{i,k}$. Es ist $V_{i,k} = h/b_{i,k}$.

Es ergab sich für alle Bahnen

$$0 \leq (V^*_{i,k} - V_{i,k})/V_{i,k} \leq 0.025. \qquad (2)$$

Insbesondere war also stets $V^*_{i,k} \leq V_{i,k} < 0$. Der Grund für diese systematische Abweichung ist in der kissenförmigen Verzeichnung zu sehen. Die Werte $V^*_{i,k}$ beziehen sich ja auf die Bildmitte und müssen folglich auch mit den auf die Bildmitte bezogenen Werten $\overline{V}_{i,k}$ verglichen werden, für die $\overline{V}_{i,k} < V_{i,k} < 0$ gilt.

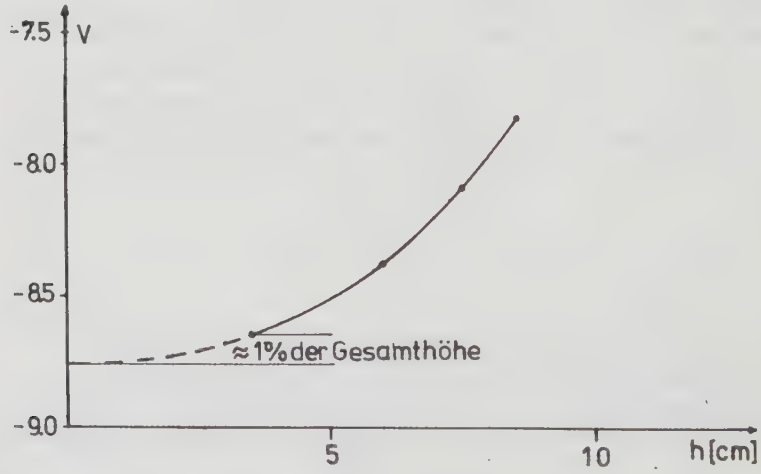


Fig. 22: Abbildungsverhältnisse des Versuchs-RBV

Der Fig. 22, in der für die Kathodenpunkte mit h = 3.5, 6.0, 7.5 und 8.55 cm Achsenabstand die Abbildungsverhältnisse in der Betrachtungsschirmebene eingetragen sind, entnimmt man durch Extrapolation auf h = 0, daß $\overline{V}_{i,k} \approx V_{i,k} \cdot 1.01$ zu wählen ist. Für die relativen Abweichungen der $\overline{V}_{i,k}$ von den $V^*_{i,k}$ gelten daher die schärferen Ungleichungen

$$-0.01 \lesssim (V^*_{i,k} - \overline{V}_{i,k}) / \overline{V}_{i,k} \lesssim 0.015. \qquad (3)$$

Insbesondere ist keine systematische Abweichung der $\overline{V}_{i,k}$ von den $V^*_{i,k}$ mehr zu erkennen.

3.2.3 Berechnung der Aperturwinkel des von der Kathodenmitte ausgehenden Bündels.

Zur Berechnung der Aperturwinkel ϑ_j (j=1,2) machen wir den Ansatz

$$V\cdot\sqrt{\varphi_{ok}}\,\sin\alpha_i=\sqrt{\Phi_a^*}\,\sin\alpha'_{i,k}. \tag{1}$$

V soll dabei als konstant vorausgesetzt werden, etwa als ein geeigneter Mittelwert der $V_{i,k}$. Zur Überprüfung von (1) aus 3.2 werden wir später V als das auf die Bildebene $z=z_{min,1}$ bezogene Abbildungsverhältnis wählen.

Nach Fig. 15 aus 2.2.3.2 erhalten wir

$$tg^2\alpha'_{i,k}=(s_1^{(i,k)})^2+(s_2^{(i,k)})^2=(\vec{s}^{(i,k)})^2. \tag{2}$$

Der Tangens darf bei einem Fehler von weniger als 1% für alle Winkel $\alpha'_{i,k}$ durch den Sinus ersetzt werden. Berücksichtigt man noch, daß für die Bildmitte aus Symmetriegründen $\langle\vec{s}\rangle=0$ und $tg\,\vartheta_j=var_1\vec{s}=var_2\vec{s}=var_3\vec{s}/\sqrt{2}$ gilt, so erhält man nach (2) und (1)

$$tg\vartheta_j=\left(\frac{\sum_{i,k}(\vec{s}^{(i,k)})^2p_{i,k}}{2}\right)^{1/2}=\left(\frac{\sum_{i,k}\sin^2\alpha'_{i,k}p_{i,k}}{2}\right)^{1/2}$$

$$=\left(\frac{\sum_{i,k}\varphi_{ok}\sin^2\alpha_i p_{i,k}}{2\Phi_a^*}\right)^{1/2}\cdot|V|=\left(\frac{\langle\varphi_o\sin^2\alpha\rangle}{2\Phi_a^*}\right)^{1/2}\cdot|V| \tag{3}$$

$(\langle\varphi_o\sin^2\alpha\rangle)^{1/2}$ bedeutet die Varianz der tangential zur Kathode genommenen Komponente der Austrittsvoltgeschwindigkeit.

Diese Beziehung ist für eine Reihe von RBV's überprüft worden. Die Ergebnisse sind in Abb. 8 eingetragen. Es sei betont, daß die Steigung der Geraden direkt aus der im Programm verwendeten Austrittsverteilung $p_{i,k}$ errechnet und nicht etwa den eingetragenen Werten angepaßt wurde! Der prozentuale Fehler f liegt bei den in der Abb. 8 eingetragenen Röhren im Intervall

$$-1.83\,\% \le f \le 1.27\,\%.$$

(3) wurde auch bei einem im Verhältnis $\approx 1/1$ abbildenden Bildverstärkers der Firma Heimann G.m.b.H.,Wiesbaden, überprüft. Der Achsenabstand des Kathodenpunktes - der zur Bestimmung des Abbildungsverhältnisses V verwendet wurde - betrug nur 8% des Kathodenöffnungradius, so daß die Verzeichnung der Röhre praktisch eliminiert war. Es ergab sich: $f = 0.28$ %.

3.3 Bildfeldwölbung und Astigmatismus des RBV.

In diesem Abschnitt sollen Maßnahmen diskutiert werden, die Varianzhyperbeln so gegeneinander zu verschieben, daß die Orte ihrer Minima möglichst zusammenfallen. Gelänge dies, so wären zugleich die Bildfeldwölbung und der Astigmatismus beseitigt.

3.3.1 Die Bildfeldwölbung des RBV.

Man wird die Bildfeldwölbung dadurch zu verringern versuchen, daß man durch geeignete Verformung der Äquipotentialflächen die Fokussierung der achsennah austretenden Bündel relativ zu derjenigen der randnah austretenden Bündel erhöht. Es müssen also die Krümmungen der Äquipotentialflächen in der Achsennähe vergrößert und in der Achsenferne verkleinert werden. Diese Bedingung kann man für den unmittelbar an die Kathode angrenzenden Feldbereich natürlich durch geeignete Formung der Kathode selbst erzwingen.

Es soll zunächst diskutiert werden, welche Feldbereiche sich sonst noch für eine Deformation zur Einebnung der Bildschalen eignen. Nach Glaser [1952; S.96,97] erhält man als Brechkraft dD einer dünnen Schicht der Dicke dz des Potentialfeldes in der Umgebung der Rohrachse:

$$dD = dz \cdot const. \Phi''(z)/(\Phi(z))^{1/2} \qquad (1)$$

$\Phi(z)$ bedeutet dabei das Achsenpotential des RBV. Da andererseits die Krümmung der Äquipotentialfläche, die die Achse im Punkt z schneidet,

$$\varkappa(z) = \Phi''(z)/(2\Phi'(z)) \qquad (2)$$

ist [Glaser, 1952; S. 96], erhält man

$$dD = dz \cdot const.' \cdot \varkappa(z) \cdot \Phi'(z)/(\Phi(z))^{1/2}. \qquad (3)$$

Wir werden bei den nachfolgenden qualitativen Überlegungen annehmen, daß die Gleichung (3), die wir verbal als

$$dD = const.'' \cdot \text{Feldkrümmung} \cdot \frac{\text{elektr. Feldstärke}}{\text{Teilchengeschwindigkeit}} \cdot dl \qquad (4)$$

(dl = Dicke der Feldschicht) beschreiben können, auch außerhalb des Axialbereiches approximativ gültig bleibt.

Will man die Fokussierung durch Variation der Feldkrümmungen beeinflussen, so muß man diejenigen Bereiche des RBV aufsuchen, wo der in (3) bei $\varkappa$ stehende Faktor $Q=\Phi'/\Phi^{1/2}$ große Werte annimmt. In Fig. 23 ist der typische Verlauf der Funktion Q=Q(z) eines RBV aufgetragen. Man erkennt zwei Bereiche, die für uns von Interesse sind: den großen Bereich (A) vor der Anodenöffnung und die dünne Schicht (K) hinter der Kathode. Im Bereich (A) liegt das cross-over des RBV, d.h. das Gebiet, in dem sich sämtliche Bündel überkreuzen. Die gezielte Beeinflussung einzelner Bündel ist dort schlecht möglich. Es ist noch ein zweiter Gesichtspunkt zu beachten. Wir wollen ja die Einebnung der Bildschalen durch Deformation der Äquipotentialflächen erzwingen. Diese Deformationen werden sich i.allg. in einer verstärkten Variation der Flächenkrümmung in dem vom Bündel durchsetzten Flächenstück bemerkbar machen. Einerseits wird die Krümmung richtungsabhängig, was zu astigmatischen Erscheinungen führt (3.3.2),

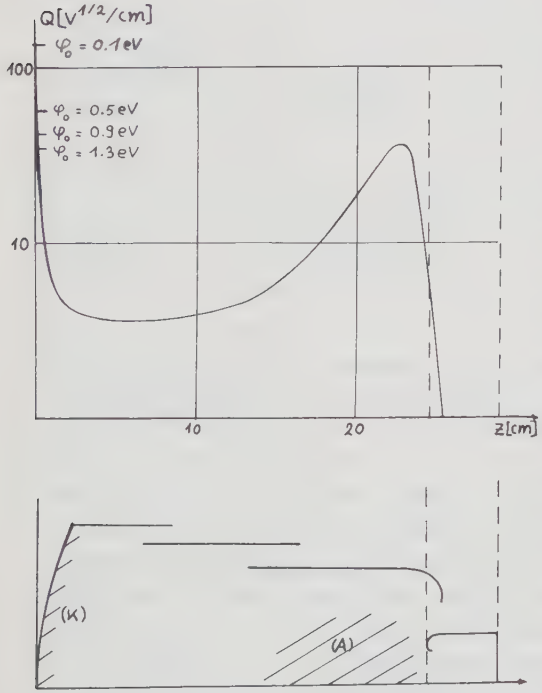


Fig.23: Verlauf des Verhältnisses Q=Feldstärke/(Voltgeschwindigkeit der Elektronen) längs der Rohrachse. Gezeichnet ist die Kurve für die Austrittsenergien φ_0=0.1,0.5,0.9 und 1.3 eV.

andererseits wird sie im Flächenstück in einer fest vorgegebenen Richtung variieren, wodurch Unsymmetrien im Bündel— und zwar primär im Meridianschnitt des Bündels — entstehen.

Felddeformationen sollten daher möglichst nur dort durchgeführt werden, wo

a) der Quotient Feldstärke/Teilchengeschwindigkeit groß ist (In den übrigen Feldbereichen sind Felddeformationen zwar zulässig, aber weitgehend wirkungslos) und
b) die von verschiedenen Kathodenzonen austretenden Bündel möglichst weit getrennt sind und
c) die in einer beliebigen, aber festen Richtung genommene Krümmung der Äquipotentialflächen im Bündelquerschnitt nach der Deformation noch als konstant angesehen werden darf.

Man entnimmt den im Anhang zusammengestellten Potentialfeldern, daß praktisch nur der kathodennahe Bereich (K) allen Bedingungen zugleich genügt. Er hat zudem den Vorteil, daß in ihm das Feld besonders einfach zu modellieren ist.

Betrachtet man jedoch Fig. 23, so wird man vermuten, daß Formänderungen der Kathode die chromatische Aufspaltung der Schärfenflächen beeinflussen: In 3.3.2 wird dargelegt, daß Änderungen der Kathodenform die meridionale Flächenkrümmung stärker verändern als die azimutale. Folglich wird sich nach (3) auch die chromatisch bedingte Flächenaufspaltung stärker in der Veränderung der meridionalen Bildschärfe äußern. Erste Untersuchungen haben gezeigt, daß der chromatische Einfluß beim Übergang zu hyperbolischen Kathoden sicher geringer ist als der Einfluß auf den geometrischen Fehler (Koma). Eingehendere Untersuchungen stehen noch aus.

Neben dem Bereich (K) bietet sich als geeigneter Feldbereich zur Beeinflussung der Bildfeldwölbung nur noch der kathodenseitige Rand des Bereiches (A) an, wobei allerdings die Bedingung c) bei zu starken Feld-Deformationen wegen der großen Bündelbreite verletzt ist. (Man beachte dabei, daß - mit Ausnahme des Konvergenzpunktes des Bündels - die Bündelbreite proportional mit der Wurzel aus der Austrittsenergie

der Teilchen wächst. Bei einer maximalen Austrittsenergie von 1.5 eV sind also die in den Abbildungen des Anhangs dargestellten Bündel noch um den Faktor $\sqrt{3}$ verbreitert!). Wir haben uns aus diesem Grunde auf den kathodennahen Bereich konzentriert *).

Mit Hilfe des Rechenprogramms konnte gezeigt werden, daß sich die Bildschalen eines RBV bei Verwendung hyperbolischer Kathoden weitgehend einebnen lassen.
Die wesentlichen Effekte beim Übergang von kugelförmigen zu hyperbolischen Kathodenflächen lassen sich den Abbildungen 1, 2 und 9 ablesen. Es handelt sich um die Schärfenflächen und Varianzkurven des in Abschnitt 3.2.2 eingeführten Versuchs-RBV, der einmal mit einer hyperbolischen Kathode und zum anderen Male mit einer sphärischen Kathode ausgerüstet ist. Die sphärische Kathode besitzt einen Krümmungsradius von 18 cm. Das Hyperboloid ist so festgelgt, daß sein Krümmungsradius in der Mitte 12 cm beträgt und daß es sich der Kugelfläche am Rand anschmiegt (die beiden Flächen berühren sich dort in 1. Ordnung).
In der Abb. 9 sind die beiden Bildschalen-Paare gemeinsam dargestellt. Man erkennt, daß der Übergang zum Hyperboloid die Abbildungseigenschaften des RBV in mehrfacher Weise beeinflußt.

a) Es wird ein wesentlicher Einebnungseffekt erzielt. Die Krümmung der Bildschalen besitzt sogar in der Achsennähe den bei Verwendung sphärischer Kathoden noch nicht beobachteten positiven Richtungssinn (Überkompensation).
b) Die meridionale Bildschale wird stärker deformiert als die sagittale.
c) In der Nähe des Bildrandes wird nur die meridionale Bildschale verschoben. Die sagittalen Bildschalen schmiegen sich einander an.

---

*) Die Überlegungen und Rechnungen zur Einebnung der Bildschalen wurden in Zusammenarbeit mit Herrn Dipl. Phys. P. Wulff, Siemens A.G.UBMed, durchgeführt.

d) Die kissenförmige Verzeichnung des RBV wird gemindert, da die achsennahen Bündelschwerpunktsgeraden weiter von der Rohrachse fort rücken als die achsenfernen.

Wir werden in 3.3.2 für b) und c) und in 3.4.2 für d) einfache Erklärungen finden.

In den Abbildungen 2,4,6 und 7 sind einige Bildschalen zusammengestellt, die einen Überblick über das Spektrum der erreichbaren Formen des Bildfeldes geben sollen. Dabei gehören die besonders weitgehend eingeebneten Bildschalen mit Ausnahme des RBV 25/15 im Zoomingbetrieb (Abbildung eines Kathodenausschnitts auf das volle Ausgangsformat; siehe Abb. 5) zu Röhren mit mindestens zwei Hilfselektroden. Für Röhren mit nur einer Hilfselektrode erreicht man immerhin noch, daß bei einer Kompromißscharfstellung statt einer - wie bei Verwendung kugelförmiger Kathoden- nun zwei Schärfenzonen vorliegen.

Besonders interessant ist das Beispiel des RBV 25/15 (siehe Abb. 4 und 6). Im Normalbetrieb ist sein Bildfeld im gleichen Sinne wie die Kathode gewölbt. Mit der Umschaltung auf Zoomingbetrieb kehrt sich die Richtung der Bildfeldwölbung um. Der Effekt kann schon für den achsennahen Bereich des Bildes beobachtet werden. Experimentell ist er übrigens sehr einfach feststellbar. Will man nämlich das Bild erst in der Mitte und dann am Rande scharf stellen, so muß man je nach Betriebsart die Fokussierspannung einmal erhöhen und zum anderen Male erniedrigen. Im Zoomingbetrieb ähneln die Bildschalen dieses RBV denjenigen Bildschalen, die sonst bei Röhren mit einer Hilfselektrode vorliegen. Es liegt daher die Vermutung nahe, daß diese Erscheinung ihre Ursache im Bereich (A) hat, denn dieser Bereich ähnelt ja ebenfalls im Zooming-Fall demjenigen von Röhren mit nur einer Hilfselektrode.

Vergleichsmessungen zur Bestimmung der Auflösungsverteilung bei sphärischen und hyperbolischen Kathoden werden in 3.3.3 beschrieben.

3.3.2 Der Astigmatismus des RBV.

Das Programm RBVPLT nutzt zur Verringerung des Rechenaufwandes und des Speicherbedarfs die Zylindersymmetrie des RBV aus. Unter Astigmatismus verstehen wir daher grundsätzlich nur den schon im vollständig zentrierten System vorhandenen Astigmatismus, d.h. nicht den auf fertigungsbedingte Störungen der Rotationssymmetrie zurückzuführenden. (Anmerkung: Von Janse [1971] ist ein Näherungsverfahren zur rechnerischen Behandlung von Störungen der Rotationssymmetrie bei elektronenoptischen Systemen angegeben worden. Dieses Verfahren kann prinzipiell für die Erfassung des Astigmatismus eines RBV in der Bildmitte verwendet werden).

Es ist zu erwarten, daß sich Bildverstärker mit asphärischen - speziell hyperbolischen - Kathoden in ihrem systembedingten astigmatischen Verhalten wesentlich von Bildverstärkern mit kugelförmiger Kathode unterscheiden.

Das Erkennen der Ursachen für Astigmatismus wird aber durch das Fehlen einer räumlichen Darstellung der Äquipotentialflächen erschwert. Wir müssen uns daher zunächst überlegen, wie man die Richtungsabhängigkeit der Flächenkrümmung dem Äquipotentiallinienbild ablesen kann.
Hierzu denken wir uns die Äquipotentialflächen im Zylinderkoordinatensystem r, ϑ, z als $z=f(r)$ dargestellt. f ist dann zweimal stetig differenzierbar. Dies gilt allerdings nicht a priori für die Kathodenflächen selbst, für die wir diese Eigenschaft daher fordern. (Dies wird im Rechenprogramm zur Bestimmung des Bahnanfangs wesentlich ausgenützt!). Uns interessieren in erster Linie die beiden Hauptkrümmungen der Fläche: die Krümmung $\varkappa_m$ ihres Meridianschnitts und ihre Krümmung $\varkappa_a$ in azimutaler Richtung, also in der Richtung senkrecht zum Meridianschnitt und senkrecht zur Flächennormalen.

Diese sind, wie sich leicht zeigen läßt (Anhang A3), durch

$$\varkappa_m(r) = \frac{f''(r)}{(1+f'^2(r))^{3/2}} \quad \text{bzw.} \quad \varkappa_a(r) = \frac{f'(r)}{r(1+f'^2(r))^{1/2}} \qquad (1)$$

gegeben.

Die Krümmungsverhältnisse auf den Flächen werden übersichtlicher, wenn man die Funktion $f(r)$ aus den Beziehungen (1) eliminiert. Es ergibt sich unmittelbar

$$\varkappa_m(r)=\frac{d}{dr}(r\varkappa_a(r)) \quad \text{bzw.} \quad \varkappa_a(r)=\frac{1}{r}\int_0^r \varkappa_m(r')dr'=\overline{\varkappa_m(r)}. \qquad (2)$$

$\varkappa_a(r)$ erweist sich somit als arithmetisches Mittel sämtlicher von der Achse bis zum Flächenpunkt P genommenen Krümmungen der Äquipotentiallinien.

Mit Hilfe der Mittelwertformel (2) wird das astigmatische Verhalten eines RBV durchschaubar. Es gibt zwei Haupttypen von Äquipotentialflächen: solche, für die $\varkappa_m(r)$ von der Mitte zum Rand zunimmt (Fig. 24 a) und solche für die $\varkappa_m(r)$ abnimmt (Fig. 24b).

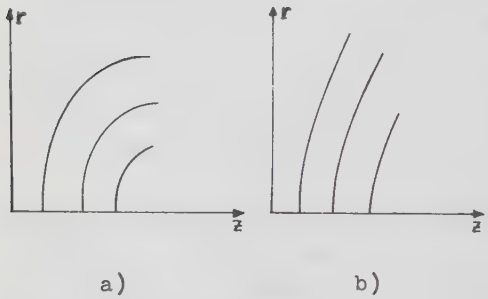


Fig. 24: Haupttypen von Äquipotentialflächen

Auf Flächen vom Typ (a) ist $\varkappa_a(r)$ für $r>0$ als arithmetisches Mittel über solche Werte $\varkappa_m(r')$, für die stets $\varkappa_m(r')<\varkappa_m(r)$ ist, kleiner als $\varkappa_m(r)$. Bei Flächen vom Typ (b) liegen die Verhältnisse umgekehrt. Ein Potentialfeld, das in den Bereichen (K) und (A) (s. 3.3.1 Fig.23) von Flächen des Typs (a) beherrscht wird, wird daher positiven Astigmatismus erzeugen, d.h. die meridionalen Bildpunkte werden von der Kathode aus gesehen vor den zugehörigen sagittalen Bildpunkten liegen. Entsprechend wird ein Feld, in dem die Flächen des Typs (b) dominieren, negativen Astigmatismus erzeugen.

In den Abbildungen 9 und 10 sieht man, daß bei Verwendung kugelförmiger Kathoden das meridionale Bildfeld stärker gewölbt ist als das sagittale. Es liegt also positiver Astigmatismus vor. Steffen [1969; Seite 64] hat diese Erscheinung bei seinen Messungen am elektrolytischen Trog, mit denen er

den Einfluß der Lage und der Krümmung sphärischer Kathodenflächen auf die Bildfeldwölbung untersucht hat, ausnahmslos vorgefunden.

Hiernach muß sich der Übergang von kugelförmigen zu nicht zu "spitzen" hyperbolischen Kathoden günstig auf den Astigmatismus auswirken. Da im Falle des Hyperboloids die kathodennahen Äquipotentialflächen vom Typ (b) sind (Fig. 24), wird die Brechkraft des Feldes vor der Kathode beim Fortschreiten von der Mitte zum Rand verkleinert und zwar in meridionaler Richtung stärker als in azimutaler. Dies gilt allerdings nicht für den Kathodenrand, weil dort das durch die Grobheit der Elektrodenanordnung bedingte "Abknicken" des Feldes im in Fig. 25 eingerahmt gezeichneten Bereich direkt bis auf die Kathode durchgreift. Sieht man daher vom Kathodenrand ab, so ist beim Übergang von kugelförmigen zu hyperbolischen Kathoden zu erwarten, daß die meridionale Bildschale stärker von der Kathode fortgeschoben wird als die sagittale. Der ursprünglich vorhandene positive Astigmatismus (Fig.26a) wird zunächst gemindert (Fig.26b) und schlägt schließlich bei wachsendem Quotienten

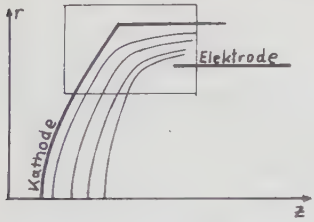


Fig. 25: "Abknicken" der Äquipotentialflächen am Kathodenrand

K_i/K_a = (Krümmung in der Kathodenmitte)/(Krümmung am Kathodenrand)

in negativen Astigmatismus um (Fig. 26c).
Diese Erscheinung ist der Abb. 9 abzulesen. Im Falle der sphärischen Kathode liegt positiver Astigmatismus vor. Er ist bei der hyperbolischen Kathode in negativen Astigmatismus umgeschlagen. Auch bei den anderen zu Hyperboloiden gehörigen Bildschalen, die im Anhang aufgeführt sind, liegt negativer Astigmatismus vor.

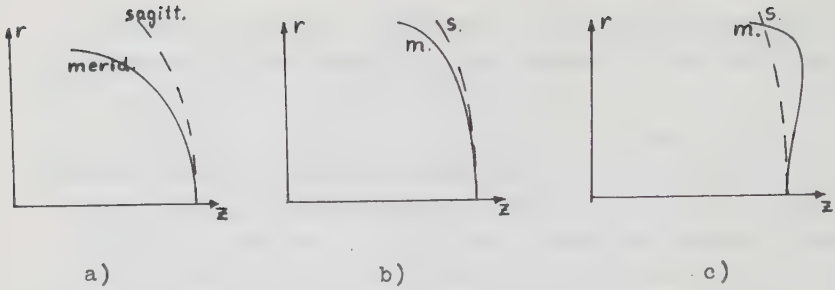


Fig. 26: Bildschalen für verschiedene Astigmatismusformen
a: positiver Astigmatismus bei $K_1/K_a = 1$.
b: reduzierter Astigm. bei geeignetem $K_1/K_a > 1$.
c: negativer Astigmatismus bei $K_1/K_a \gg 1$.

Wir hatten schon in 3.3.1 bemerkt, daß die Anwendung des Hyperboloids primär auf die Verformung (Einebnung) der meridionalen Bildschale zielt. Dies ist keineswegs eine spezielle Eigenschaft des Hyperboloids, denn jede beliebige Felddeformation wirkt auf die meridionale Bildschale stärker als auf die sagittale. Es gilt nämlich als Konsequenz aus der Mittelwertformel (2) für jede beliebige Äquipotentialfläche die Ungleichung (Anhang A3):

$$\max_{0 \le r' \le r} \left| \mathcal{H}_a(r') - \mathcal{H}_a(0) \right| \le \max_{0 \le r' \le r} \left| \mathcal{H}_m(r') - \mathcal{H}_m(0) \right| \quad . \tag{3}$$

Sie geht für monoton gekrümmte Flächen - das sind die Flächen vom Typ (a) bzw.(b) - in

$$\left| \mathcal{H}_a(r) - \mathcal{H}_a(0) \right| \le \left| \mathcal{H}_m(r) - \mathcal{H}_m(0) \right| \tag{4}$$

über. Anschaulich besagen die beiden Ungleichungen, daß jede Äquipotentialfläche in azimutaler Richtung von der Kugelfläche mit Radius $\varrho_0 = 1/\mathcal{H}_m(0) = 1/\mathcal{H}_a(0)$ weniger stark abweicht als in meridionaler Richtung. Die sagittale Bildschale ist daher auch der Bildschale ähnlicher, die man in einem Kugelfeld erhalten würde, nämlich der Kugelfläche. Diese qualitative Aussage hat sich bei allen bisher durchgeführten RBV-Berechnungen und Messungen bestätigt.

Im Falle des Hyperboloids ändert sich die meridionale Krümmung erheblich stärker als die azimutale, denn es gilt (siehe A3)

$$\frac{\varkappa_m(r)}{\varkappa_m(0)} = \left(\frac{\varkappa_a(r)}{\varkappa_a(0)}\right)^3 . \qquad (5)$$

Es ist bemerkenswert, daß dieser Beziehung auch die Rotations-Ellipsoide und - Paraboloide genügen und daß (5) für diese Flächen charakteristisch ist.

Bemerkung:

Es wurde schon weiter oben darauf hingewiesen, daß in der Nähe des Kathodenrandes die Kathodenkrümmung für die Fokussierung nicht mehr maßgeblich ist. Hier wird der Neigungswinkel der Kathode gegen die Ebenen z=const. entscheidend, denn er bestimmt wesentlich die Form des dem Kathodenrand vorgelagerten Feldes. Hält man ihn beim Übergang von der Kugel zum Hyperboloid fest, so ändern sich die fokussierenden Eigenschaften des Feldes vor dem Kathodenrand praktisch nicht. Die Ränder der einander entsprechenden Bildschalen rücken zusammen (Abb. 9). Dieser Effekt ist natürlich in der azimutalen Richtung besonders stark, denn gleiche Neigungswinkel der Kathode bedeuten ja exakt gleiche azimutale Flächenkrümmungen.

3.3.3 Vergleichsmessungen zur Bestimmung der Auflösungsverteilung bei sphärischen und hyperbolischen Kathoden.

Die Abb. 11 zeigt die Auflösungsverteilung zweier Versuchsröhren des Typs 17 SC der Siemens AG., UBMed, von denen die eine mit einer sphärischen, die andere mit einer hyperbolischen Kathode ausgerüstet ist *).

Der Krümmungsradius der sphärischen Kathode wurde den Erfahrungen der Röhrenkonstrukteure entsprechend festgelegt, das Hyperboloid wurde rechnerisch dem RBV angepaßt.

Fig. 28 zeigt die Anordnung, mit der die Auflösung gemessen wurde. In der Testebene befinden sich im Abstand r=0, 4.0, 5.5 und 7.5 cm von der Rohrachse je vier symmetrisch angeordnete 0.1 mm dicke Pb-Strichraster der in Fig. 27 dargestellten Art. Gemessen wurde in Perioden/mm (bezogen auf die Testebene) jeweils die Grenzauflösung in meridionaler und in sagittaler Richtung, d.h. die Pb-Balken lagen einmal tangential und zum anderen Male radial. Über die vier zu einer Balkenrichtung gehörigen Auflösungswerte wurde gemittelt. Die gestrichelten Kurven in Abb. 11 geben die Auflösungsverteilung über dem Testradius g an, wobei das Bild in der Mitte scharf gestellt ist. Die durchgezogenen Kurven zeigen den praktisch interessanteren Fall, daß die meridionale Bildschärfe auf dem Testradius g = 4.0 cm maximal ist (Kompromißscharfstellung).

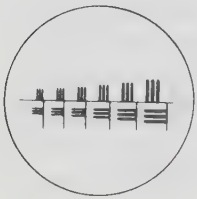


Fig.27: Blei-Strichraster

Man erkennt, daß in beiden Richtungen der Bereich guter Auflösung bei dem Rohr mit hyperbolischer Kathode gegenüber dem mit sphärischer Kathode wesentlich vergrößert ist. Daß im hyperbolischen Fall die Maximalauflösung höher liegt, rührt allerdings von der unterschiedlichen Qualität der Leuchtschirme her.

*) Die Messungen wurden von Frau Dipl. Phys. Ingeborg Stahnke, Siemens A.G.UBMed, zur Verfügung gestellt.

3.4 Verzeichnung und Vignettierung.

Will man Verzeichnungseigenschaften des RBV auch dann noch richtig beurteilen, wenn man verschiedene Kathodenformen zur Konkurrenz zuläßt, so muß man sich auf eine zwischen dem Fokus der Röntgenröhre und der Photokathode befindliche Testebene (=Dingebene) beziehen; die Verzeichnung der Punktprojektion (Fokus der Röntgenröhre→Photokathode) hängt ja ebenfalls von der Kathodenform ab. Wir verwenden daher die in Fig. 28 skizzierte Anordnung zur Bestimmung des integralen (g/b) und des differentiellen (dg/db) Abbildungsverhältnisses.

Die beim RBV üblicherweise vorhandene kissenförmige Verzeichnung liefert einen Beitrag zur Vignettierung. Er rührt daher, daß ein in der Testebene befindliches Flächenelement $dF = 2\pi \cdot g \cdot dg$ auf ein bezogen auf die Bildmitte zu großes Flächenelement $dF' = 2\pi \cdot b \cdot db$ abgebildet wird (Fig. 28). Die Leuchtdichte verhält sich dabei wie

$$\frac{dF}{dF'} = \left(\frac{g}{b}\right)\left(\frac{dg}{db}\right) \qquad (1)$$

Sie ist dem Produkt aus dem integralen und dem differentiellen Abbildungsverhältnis proportional.

Es genügt daher prinzipiell, allein die Verzeichnung zu behandeln.

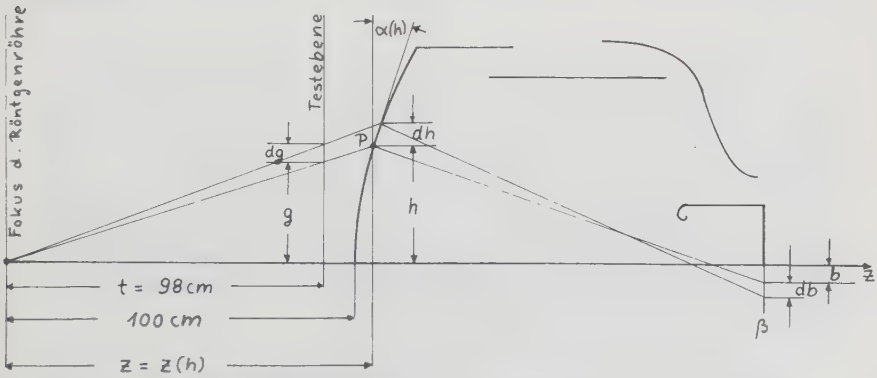


Fig. 28: Bestimmungsgrößen zur Festlegung der Verzeichnung. (nicht maßstäblich gezeichnet)

3.4.1 Über die durch die Punktprojektion verursachte kissenförmige Verzeichnung.

Wir setzen die in Fig. 28 dargestellte Anordnung des Fokus der Röntgen-Röhre, der Testebene und der Kathode z=c(r) voraus. Aus g/h = t/z erhalten wir für das differentielle Abbildungsverhältnis der Testebene auf die "beliebig" geformte Kathodenfläche:

$$g' = \frac{dg}{dh} = \frac{t}{z}(1-(\frac{h}{z})z'). \qquad (1)$$

z=z(h) bleibt bei einem Abstand t der Testebene zum Fokus der Röntgen-Röhre von 98 cm und einem Kathodenöffnungsradius von 10 - 15 cm praktisch konstant. Die Verkleinerung des differentiellen Abbildungsverhältnisses bei wachsendem h - d.h. die kissenförmige Verzeichnung - wird daher primär durch den bei (h/z) stehenden Faktor z'(h) verursacht, der von der Kathodenmitte zum Rand von 0 bis ca. 1/2 anwächst.
Die differentielle Verzeichnung kann mit Hilfe der Funktion

$$D(h)= \left(\frac{dh}{dg}\bigg|_{g(h)} - \frac{dh}{dg}\bigg|_{g=0}\right) \Big/ \frac{dh}{dg}\bigg|_{g=0} \qquad (2)$$

beurteilt werden. Sie wird also als Funktion des Kathodenpunktes h dargestellt. Das hat den Vorteil, daß man den Anteil der Punktprojektion zur Verzeichnung zusammen mit dem elektronenoptisch bedingten in einem einzigen Koordinatensystem darstellen kann.

D(h) ist in Abb. 12 für die Kugelkathode und das Hyperboloid unseres Versuchs-RBV's dargestellt. Die Verzeichnung ist bei beiden Flächen kissenförmig. Im vorliegenden Spezialfall, wo beide Kathodenflächen den gleichen Randneigungswinkel besitzen, verzeichnet die Punktprojektion beim Hyperboloid stärker. Dies ist in der Achsennähe auf die größeren Neigungswinkel $\alpha(h)$ (Fig. 28) und in der Nähe des Randes auf die ca. 0.5% größere Entfernung des Hyperboloidrandes vom Fokus der Röntgenröhre zurückzuführen.

3.4.2 Über die elektronenoptisch verursachte kissenförmige Verzeichnung.

Wir können die elektronenoptische differentielle Verzeichnung in jeder beliebigen Ebene z=const. mit Hilfe der Funktion

$$D^*(h) = \left(\left.\frac{db}{dh}\right|_h - \left.\frac{db}{dh}\right|_{h=0} \right) \Big/ \left.\frac{db}{dh}\right|_{h=0} \qquad (1)$$

beurteilen. Dabei bedeutet -b den Achsenabstand des dem Kathodenpunkt P=P(h) zugeordneten Bildpunktes (Bündelschwerpunkt) in der Ebene z=const.. $D^*(h)$ wird also als Funktion von h aufgefaßt, so daß man die Verzeichnung auf beliebigen Ebenen z=const. in einem einzigen Koordinatensystem darstellen kann.

Für den Vergleich der Verzeichnungen des einmal mit einer sphärischen und zum anderen Male mit einer hyperbolischen Kathode versehenen Versuchs-RBV wurde jeweils diejenige Ebene ausgewählt, in der das von der Kathodenmitte ausgehende Bündel seine minimale Varianz besitzt. In dieser Ebene kann man wegen $\mathrm{tg}\vartheta_j = \mathrm{var}_j \vec{s}$ nach (1) aus 3.2 setzen:

$$\left.\frac{db}{dh}\right|_{h=0} = \lim_{h\to 0} \frac{b}{h} = -\left(\frac{\langle \varphi_o \sin^2\alpha \rangle}{2\,\Phi_a^*} \right)^{1/2} \Big/ \mathrm{var}_1 \vec{s} \qquad (2)$$

An den übrigen h-Stellen, an denen $D^*(h)$ für die beiden RBV's in Abb. 12 eingetragen ist, wurde db/dh als zentraler Differenzenquotient aus den Durchstoßungspunkten der Bündelschwerpunktsgeraden mit der genannten Ebene berechnet.

Der Abb. 12 entnimmt man, daß die RBV-Elektronenoptik ebenfalls kissenförmig verzeichnet. Steffen [1969; Seite 64] weist darauf hin, daß für Bildwandler mit sphärischer Kathode konstanten Potentials kein Beispiel einer elektronenoptischen tonnenförmigen Verzeichnung aus der Literatur bekannt ist. Dies deckt sich mit den bei uns bei der Verwendung von angenähert sphärischen Kathoden gewonnenen Erfahrungen. Verwendet man jedoch geeignete hyperbolische Kathoden, so gelingt es bei einigen Röhren mit umschaltbarer Elektronenoptik im Zooming-Betrieb eine tonnenförmige elektronenoptische Verzeichnung zu erhalten. (siehe Abb. 5 und 6; die Kurve dh/db in Abb. 6 wächst

von der Mitte zum Rand an!). Die tonnenförmige Verzeichnung wird durch die kissenförmige Verzeichnung der Punktprojektion weitgehend kompensiert, so daß in diesem Fall ein praktisch verzeichnungsfreies Bild entsteht!

Kehren wir zur Abb. 12 zurück. Im vorliegenden Fall verzeichnet die RBV-Elektronenoptik bei Verwendung einer hyperbolischen Kathode erheblich schwächer als bei Verwendung einer sphärischen Kathode. Der Grund hierfür ist, daß beim Hyperboloid, bedingt durch die im Vergleich zur Kugelkathode größeren Neigungswinkel $\alpha(h)$ (Fig. 29) - die achsennah austretenden Bahnen die z-Achse früher schneiden als bei der Kugel (siehe Fig. 29 und Abb. 13). Wir können den Schnittpunkt der Bündelschwerpunktsgeraden mit der z-Achse als virtuelles cross-over

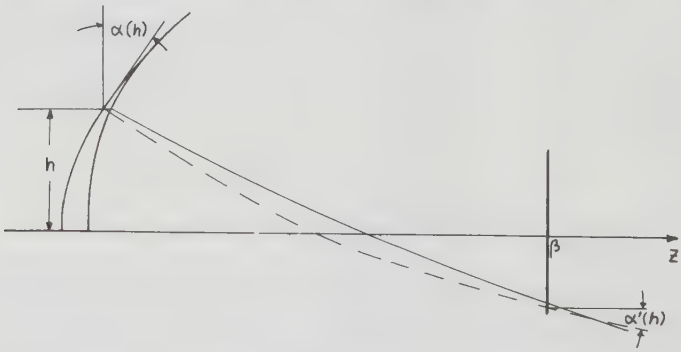


Fig. 29: Einfluß der hyperbolischen Kathodenform auf die Verzeichnung

des Bündels bezeichnen. Im Falle der sphärischen Kathode (Abb. 13) vereinigen sich diese virtuellen cross-over in einem "einzigen Punkt". Beim Hyperboloid werden sie für die achsennah austretenden Bündel stark zur Kathode hin verschoben, wobei gleichzeitig die Auftreffwinkel $\alpha'(h)$ verkleinert werden. Für die Randzonen nähern sich die cross-over und die Winkel $\alpha'(h)$ denjenigen des Kugelfalles an, was wieder darauf zurückzuführen ist, daß sich das Hyperboloid der Kugel am Rande anschmiegt. Der Übergang zum Hyperboloid wird also immer dann, wie im vorliegenden Falle, die kissenförmige Verzeich-

nung mindern, wenn das Bild hinreichend nahe am cross-over-Bereich liegt, bei zu großer Entfernung vom cross-over-Bereich wird die kissenförmige Verzeichnung noch verstärkt!

Anmerkung 1

Daß die virtuellen cross-over bei dem mit einer sphärischen Kathode versehenen Versuchs-RBV einen "einzigen Punkt" bilden, liegt wesentlich an der Dimensionierung des Rohres (dieser Punkt liegt fast genau im Mittelpunkt der Kathoden-Kugel) und ist nicht etwa typisch für sphärische Kathoden. Typisch ist lediglich das soeben beschriebene Verhalten der cross-over beim Übergang von der Kugel zum Hyperboloid.

Anmerkung 2

Man könnte vermuten, daß man die kissenförmige Verzeichnung beliebig mindern kann, wenn man zu immer flacheren hyperbolischen Kathoden übergeht - eventuell sogar zu Flächen der in Fig. 10 c in Abschnitt 2.2.2.2 dargestellten Gestalt.

Daß dies jedoch nicht der Fall sein kann, erkennt man schon daran, daß RBV's mit ebener Kathode konstanten Potentials eine starke kissenförmige Verzeichnung aufweisen [Steffen,1969]. Rechenversuche mit Kathodenflächen des Typs der Fig. 10 c aus 2.2.2.2 führten tatsächlich zu negativen Ergebnissen.

3.4.3 Meßtechnischer Nachweis der Verzeichnungs- und Vignettierungsminderung.

Zum Nachweis der beim Übergang von sphärischen zu hyperbolischen Kathoden erzielten Verzeichnungs- und Vignettierungsminderung wurde wieder der RBV 17SC ausgewählt.

Die Abb. 14 und 15 zeigen im oberen Teil die differentiellen Abbildungsverhältnisse der beiden Röhren 17SC Nr. 4 (sphärische Kathode) und 17SC Nr. 9036 (hyperbolische Kathode) und im unteren Teil die zugehörigen Helligkeitsverteilungen über dem gesamten Eingangsdurchmesser. Es wurde wieder die in Fig. 28 aus 3.4 dargestellte Meßanordnung verwendet, wobei die Röntgenstrahlung den RBV-Eingang praktisch vignettierungsfrei "ausleuchtete". Die verwendete Strahlenqualität ist durch 78 kV Röntgenröhren-Spannung und 20 mm Al-Vorfilterung charakterisiert.

Bei diesen Messungen befand sich in der Testebene ein in Plexiglas gegossenes Cu-Gitter der Gitterweite 10 mm und der Drahtstärke 0.5 mm. Das Gitterbild auf dem Betrachtungsschirm wurde mit Hilfe eines 30 μm breiten Spaltes und eines Photomultipliers abgetastet.*)

*) Die Messungen wurden mir von Frau Ingeborg Stahnke zur Verfügung gestellt.

A 1 Einige Bemerkungen zum "Overrelaxations-Verfahren".

Es handelt sich um ein Iterationsverfahren zur Bestimmung des Vektors

$\vec{\varphi} = (\varphi_{1,1}, \varphi_{1,2}, \ldots, \varphi_{2,1}, \varphi_{2,2}, \ldots, \varphi_{3,1}, \ldots)$,

dessen Komponenten gerade die gesuchten Potentialwerte $\varphi_{j,k}$ sind, von der Form

$$\vec{\varphi}^{(n+1)} = L(\omega)\vec{\varphi}^{(n)} + \vec{d}(\omega) \qquad (n = 0,1,2,\ldots).$$

Die Matrix $L(\omega)$ und der konstante Vektor $\vec{d}(\omega)$, in dem die vorgegebenen Randwerte zusammengefaßt sind, enthalten also noch einen Parameter ω, den es so zu bestimmen gilt, daß die Fehler $\left|\varphi_{j,k}^{(n)} - \varphi_{j,k}\right|$ $((j,k)\in G)$ in den einzelnen Iterationsschritten $n = 1,2,\ldots$ möglichst schnell gegen Null gehen. Die Bestimmung dieses optimalen Parameters ω^* läßt sich nach Carré [1961] auf die Bestimmung des betragsmäßig größten Eigenwertes der Matrix $L(\omega)$ zurückführen. Dieses Eigenwertproblem wird im Programm RBVPLT nach der Methode von Carré während der laufenden Iteration gelöst. Praktisch geht man so vor: Man gibt einen Parameter ω_1 vor (etwa $\omega_1 = 1.5$). Mit diesem Parameter werden zunächst zwölf Iterationsschritte durchgeführt. Aus dem resultierenden Verlauf der Fehlergröße

$$f_n = \sum_{(j,k)\in G} \left|\varphi_{j,k}^{(n+1)} - \varphi_{j,k}^{(n)}\right|$$

in Abhängigkeit von n (n=9,10,11,12) wird nach dem Verfahren von v.Mises mit Hilfe des Aitken`schen δ^2-Prozesses eine Schätzung von ω^* durchgeführt und von nun ab mit dem neuen Schätzwert ω_2 weiter gerechnet. (Diese Methode zur Eigenwertbestimmung wird ausführlich bei Faddeeva [1959] behandelt). Die Wiederholung dieser Vorgehensweise liefert eine gegen ω^* konvergente Folge $\omega_1, \omega_2, \ldots$

Das Programm RBVPLT optimiert also während des Rechenvorgangs selbst seine Konvergenzgeschwindigkeit.

A 2 Über die Lagebeziehung der drei Flächen F_j.

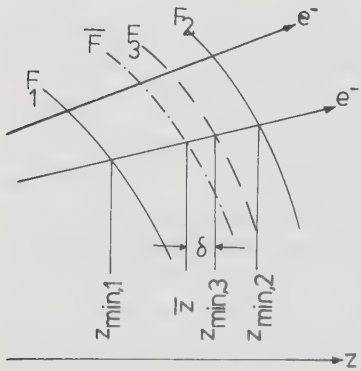


Fig. 30: Lage der Bildschalen

Fig. 30 zeigt einen Ausschnitt aus den drei Bildschalen F_j. Zusätzlich ist die Fläche $\overline{F}$ angedeutet, die durch die Mittelpunkte der von F_1 und F_2 aus den Bündelschwerpunktsgeraden herausgeschnittenen Strecken gebildet wird.

Wir greifen eine beliebige Bündelschwerpunktsgerade heraus. Die z-Koordinaten der Schnittpunkte dieser Geraden mit den einzelnen Flächen sind die Orte $z_{min,j}(j=1,2,3)$ bzw. $\overline{z}=(z_{min,1}+z_{min,2})/2$.

Um die Abweichung $\delta = z_{min,3} - \overline{z}$ der Fläche F_3 von der Fläche $\overline{F}$ zu berechnen, setzen wir $a_j = cov_j(\vec{y},\vec{s})$ und $b_j = var_j^2\vec{s}$. Nach 2.2.3.2 Gleichung (12) ist dann $z_{min,j}=\beta-a_j/b_j(j=1,2,3)$. Wegen $a_3=a_1+a_2$ und $b_3=b_1+b_2$ erhalten wir

$$\delta = \frac{1}{2}\left(\frac{a_1}{b_1}+\frac{a_2}{b_2}\right)-\frac{a_1+a_2}{b_1+b_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{a_1}{b_1}-\frac{a_2}{b_2}\right)\cdot\frac{b_2-b_1}{b_2+b_1} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(z_{min,2}-z_{min,1}\right)\frac{var_2^2\vec{s}-var_1^2\vec{s}}{var_2^2\vec{s}+var_1^2\vec{s}} \qquad (1)$$

Aus dieser Beziehung folgt

a) $|\delta| \leq \frac{1}{2}\,|z_{min,2}-z_{min,1}|$. (2)

Die Fläche F_3 liegt also stets zwischen der meridionalen und der sagittalen Bildschale.

b) $|z_{min,3}-z_{min,1}| = |z_{min,3}-\overline{z}-\frac{1}{2}(z_{min,1}-z_{min,2})| =$

$$= |z_{min,1}-z_{min,2}|\,\frac{var_2^2\vec{s}}{var_2^2\vec{s}+var_1^2\vec{s}} \; . \qquad (3)$$

Aus dieser und der analog zu beweisenden Beziehung

$$\left|z_{min,3} - z_{min,2}\right| = \left|z_{min,1} - z_{min,2}\right| \frac{var_1{}^2\vec{s}}{var_2{}^2\vec{s}+var_1{}^2\vec{s}} \tag{4}$$

folgt

$$\frac{\left|z_{min,3} - z_{min,1}\right|}{\left|z_{min,3} - z_{min,2}\right|} = \frac{1}{var_1{}^2\vec{s}} \Bigg/ \frac{1}{var_2{}^2\vec{s}} \; . \tag{5}$$

Die Abweichungen der Fläche F_3 minimaler Gesamtvarianz von den Schärfenflächen F_j $(j=1,2)$ verhalten sich also wie die Quadrate der auf den Flächen F_j vorliegenden "Schärfentiefen".

A 3 Hauptkrümmungen auf den Äquipotentialflächen.

Der in 3.3.2 (1) angegebene Ausdruck für $\varkappa_m(r)$ kann als bekannt vorausgesetzt werden. Dagegen bedarf die Beziehung

$$\varkappa_a(r) = \frac{f'}{r(1+f'^2(r))^{1/2}} \tag{1}$$

einer Herleitung. Sie kann in schematisch einfacher aber umständlicher Weise aus der allgemeinen Theorie der Flächenkrümmung gewonnen werden. Direkter ist jedoch folgender Weg:

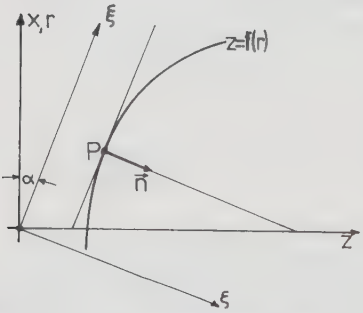


Fig. 31: Zur Herleitung der Formel für $\varkappa_a$

Beachtet man, daß eine Kurve $\xi = \xi(\eta)$ in denjenigen Punkten η, in denen $d\xi/d\eta = 0$ ist, die Krümmung $\varkappa = d^2\xi/d\eta^2$ besitzt, so wird man zu dem in Fig. 31 angedeuteten Koordinatensystem (ξ, η, ζ) übergehen, bei dem die (ξ, η)-Ebene zur Tangentialebene an die Fläche in P parallel liegt und die ζ-Richtung durch die Flächennormale $\vec{n}$ gegeben ist. Es gilt dann einfach

$$\varkappa_m(r) = \partial^2\xi/\partial\xi^2 \qquad \text{und} \qquad \varkappa_a(r) = \partial^2\xi/\partial\eta^2 \,, \tag{2}$$

wobei die Ausdrücke jeweils für $\eta = 0$, d.h. in der Meridianebene, zu nehmen sind. Mit $\operatorname{tg}\alpha = f'(r)$ lautet die Koordinatendrehung:

$$\begin{aligned} x &= \xi\cos\alpha - \zeta\sin\alpha \\ y &= \eta \\ z &= \xi\sin\alpha + \zeta\cos\alpha \,. \end{aligned} \tag{3}$$

Stellt man die Fläche $z = f(r)$ im (ξ, η, ζ)- System dar, so erhält man

$\zeta\cos\alpha + \xi\sin\alpha = f(r)$ mit $r = \sqrt{(\xi\cos\alpha - \zeta\sin\alpha)^2 + \eta^2}$.

ζ ist jetzt eine Funktion von ξ und η.

Es gilt daher mit $H = -(\xi\cos\alpha - \zeta\sin\alpha)\sin\alpha\,\dfrac{\partial\zeta}{\partial\eta} + \eta$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \cdot \cos\alpha = f'(r)\,\frac{H}{r}\,. \tag{4}$$

Multiplikation mit r und nochmalige Differentiation liefert:

$$\frac{H}{r}\,\frac{\partial \xi}{\partial \eta}\cos\alpha + r\,\frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta^2}\cos\alpha = f''(r)\,\frac{H^2}{r} + f'(r)\left\{1+\sin^2\alpha\left(\frac{\partial \xi}{\partial \eta}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + (\xi\sin\alpha - \xi\cos\alpha)\sin\alpha\,\frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta^2}\right\}. \tag{5}$$

Dies ist in der Ebene $\eta = 0$ zu nehmen. Da dort $\partial\xi/\partial\eta = 0$ ist, gilt

$$r \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta^2} \cdot \cos\alpha = f'(r)\left\{1 - x\sin\alpha\,\frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta^2}\right\}. \tag{6}$$

Bei der von uns gewählten Lage des Flächenpunktes P ist in der (ξ,ξ)- Ebene x=r. Löst man (6) unter Beachtung von $\mathrm{tg}\,\alpha = f'(r)$ nach $\partial^2\xi/\partial\eta^2$ auf, so erhält man (1).

Die Herleitung von (3) aus 3.3.2 ist einfach. Für $0<r''\leq r$ gilt wegen $\varkappa_a(0) = \varkappa_m(0)$

$$\left|\varkappa_a(r'') - \varkappa_a(0)\right| = \left|\frac{1}{r''}\int_0^{r''}(\varkappa_m(r') - \varkappa_m(0))\,dr'\right| \leq$$

$$\leq \max_{0<r'\leq r''}\left|\varkappa_m(r') - \varkappa_m(0)\right| \leq \max_{0\leq r'\leq r}\left|\varkappa_m(r') - \varkappa_m(0)\right|. \tag{7}$$

Da dies für alle r" mit $0\leq r''\leq r$ gilt, gilt auch

$$\max_{0\leq r''\leq r}\left|\varkappa_a(r'') - \varkappa_a(0)\right| \leq \max_{0\leq r'\leq r}\left|\varkappa_m(r') - \varkappa_m(0)\right|. \tag{8}$$

Es war in 3.3.2 behauptet worden, daß für alle Rotationsflächen 2. Ordnung die Beziehung

$$\frac{\varkappa_m(r)}{\varkappa_m(0)} = \left(\frac{\varkappa_a(r)}{\varkappa_a(0)}\right)^3 \tag{9}$$

charakteristisch ist. Dies ist nach (1) aus 3.3.2 einfach einzusehen. (9) bedeutet ja

$$\frac{f''}{f'^3} = \frac{1}{\varkappa_o^2}\,\frac{1}{r^3} \qquad (\text{mit } \varkappa_o = \varkappa_m(0) = \varkappa_a(0)). \tag{10}$$

Die Integration dieser Gleichung liefert genau die Rotationsflächen

$$z = \pm\,\frac{\varkappa_o}{2}\cdot r^2 + b \qquad \text{(Paraboloide und Ebenen)}$$

$$z = \pm\,\frac{\varkappa_o}{c}\sqrt{1+cr^2} + b \qquad \begin{array}{l}(c>0 \text{ Hyperboloide}\\ \;\;c<0 \text{ Ellipsoide}).\end{array} \tag{11}$$

A 4 Über die Bedeutung der Kovarianz.

Neben einer statistischen Bedeutung, die wir weiter unten diskutieren werden, hat die Kovarianz physikalische Bedeutung.

Um sie zu erkennen, denken wir uns die Kovarianz auf jeder Ebene z=const. berechnet:

$$\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})(z)=\sum_{i,k}(y_j^{(i,k)}(z)-\langle y_j(z)\rangle)(s_j^{(i,k)}-\langle s_j\rangle)p_{i,k} \quad (1)$$

für j=1,2 und

$$\mathrm{cov}_3(\vec{y},\vec{s})(z)=\mathrm{cov}_1(\vec{y},\vec{s})(z)+\mathrm{cov}_2(\vec{y},\vec{s})(z). \quad (2)$$

Wegen $y_j^{(i,k)}(z)=y_j^{(i,k)}+s_j^{(i,k)}\cdot(z-\beta)$ ergibt sich hieraus für j=1,2,3:

$$\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})(z)=\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})+\mathrm{var}_j^2\vec{s}\cdot(z-\beta), \quad (3)$$

wobei - wie bisher - bei fortgelassenem Argument die Ebene z=ß gemeint ist. Nach (11) aus Abschnitt 2.2.3.2 ist daher

$$\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})(z)=\frac{1}{2}\frac{d}{dz}\,\mathrm{var}_j^2\vec{y}(z). \quad (4)$$

Der Ort $z_{min,j}$ minimaler Varianz ist also durch das Verschwinden von $\mathrm{cov}_j(\vec{y},\vec{s})(z=z_{min,j})$ charakterisiert!

Die statistische Bedeutung können wir mit Hilfe des in Fig. 32 angedeuteten Elektronenstrahlen-Bündels erkennen. Verschiebt man die Registrierebene E(z) von E_1 (E_1 ist so festgelegt, daß alle Schnittpunkte der Bahnen mit der Bündelschwerpunktsgeraden rechts von E_1 liegen; entsprechend ist E_2 festgelegt) ausgehend nach links, so werden die auf ihr registrierten Werte $(y_1^{(i,k)}(z)-\langle y_1(z)\rangle)$ in immer besserer Näherung zu den Werten $(s_1^{(i,k)}-\langle s_1\rangle)$ proportional mit der negativen, von i und k unabhängigen Proportionalitätskonstanten $z-z_{min,1}$. Dies hat zur Folge, daß die normierte Kovarianz, d.h. der Korrelationskoeffizient

$$\mathrm{corr}_1(z) = \frac{\mathrm{cov}_1(\vec{y},\vec{s})(z)}{\mathrm{var}_1\vec{y}(z)\cdot\mathrm{var}_1\vec{s}} \tag{5}$$

monoton gegen -1 strebt, denn wegen des Übergangs in die Proportionalität verhält sich $\mathrm{cov}_1(\vec{y},\vec{s})(z)$ für $|z-z_{min,1}| \longrightarrow \infty$ wie $\mathrm{var}_1{}^2\vec{s}\cdot(z-z_{min,1})$ und $\mathrm{var}_1 y(z)$ nach Abschnitt 2.2.3.2

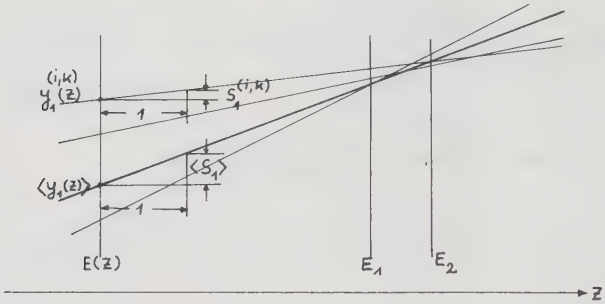


Fig. 32: Zur Deutung der cov eines Bündels

Formel (14) wie $\mathrm{var}_1\vec{s}\cdot|z-z_{min,1}|$. Für $z \longrightarrow +\infty$ konvergiert $\mathrm{corr}_1(z)$ monoton gegen +1.

Man kann daher $\mathrm{corr}_1(z)$ als statistisches Maß dafür deuten, wie weit in der Ebene E(z) die auf die Schwerpunktsgeraden

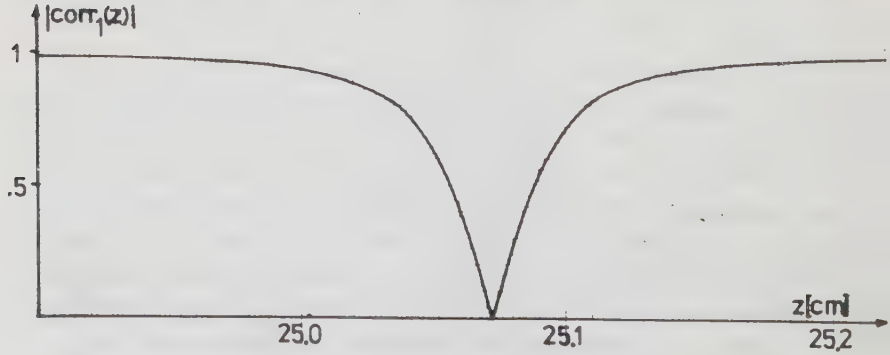


Fig. 33: Darstellung des Bereiches, wo die Proportionalität im Bündel gestört ist.

bezogenen Auftreffkoordinaten und Auftreffrichtungen des Bündels als zu einander proportional angesehen werden dürfen. Mit dieser Deutung besagt (4), daß der Ort $z_{min,j}$ minimaler Varianz gerade dadurch charakterisiert ist, daß die Proportionalität zwischen den auf die Bündelschwerpunktsgerade bezogenen Bahnrichtung $(s_j^{(i,k)} - \langle s_j \rangle)$ und den Bahnabständen $(y_j^{(i,k)}(z) - \langle y_j(z) \rangle)$ an der Stelle $z=z_{min,j}$ vollständig verloren geht.

Um einen Eindruck von den realen Verhältnissen im RBV zu geben, ist in Fig: 33 der typische Verlauf der Funktion $|corr_1(z)|$ für das von der Kathodenmitte ausgehende Bündel einer ca. 25 cm langen RBV-Röhre dargestellt. Der z-Bereich gestörter Proportionalität liegt in der Größenordnung 1 mm!

L i t e r a t u r - V e r z e i c h n i s

Carré, A., The Determination of the Optimum Accelerating Factor for Successive Over-relaxation
Comput. J. 4 (1961) 73

Collatz, L., Funktionalanalysis und numerische Mathematik
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1964

Collatz, L., The Numerical Treatment of Differential Equations
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1966, 3. Auflage

Csorba, I.P., Chromatic-Aberration-Limited Image - Transfer Characteristics of Image - Tube Lenses of Simple Geometrie
RCA Review (1970) 534

Eckart, F., Elektronenoptische Bildwandler und Röntgenbildverstärker
Johann Ambrosius Barth-Verlag, Leipzig 1962, 2. Auflage

Faddeeva, V.N., Computational Methods of Linear Algebra
Dover Publications, New York 1959

Fenner, E., Elektronenoptischer Röntgenbildverstärker - Kennwerte und Einsatz in der Röntgendiagnostik
Siemens-Zeitschrift 41 (1967) 749

Gebauer, A., Lissner, J., Schott, O., Das Röntgenfernsehen
Thieme-Verlag, Stuttgart 1965

Glaser, W., Grundlagen der Elektronenoptik
Springer-Verlag, Wien 1952

Janse, J., Numerical Treatment of Electron Lenses with Perturbed Axial Symmetry
Optik 33 (1971) 270

Kulsrud, H.E., A Programming System for Electron Optical Simulation
RCA Review (1967) Vol. XXVIII, Nr. 2

Rusterholz, A.A., Elektronenoptik I
Verlag Birkhäuser, Basel 1950

Sakata, T., Studies on the Cs_3Sb - Photo-Cathode
Journal of the Physical Society of Japan
8 (1953) 723

Schagen, P., Bruining, H., Francken, J.C., A Simple Electrostatic Electron-Optical System with only one Voltage
Philips Res. Rep. 7 (1952) 119

Schäff, F., Potentialdarstellung für elektrostatische Bildwandler mit gekrümmter Kathode
Zeitschrift für angew. Phys. 23 (1967) 64

Shortley, G., Weller, R., Darby, P., Gamble, E.H., Numerical Solution of Axisymmetrical Problems, with Applications to Electrostatics and Torsion
Journal of Applied Physics 18 (1947) 116

Steffen, D., Analog - Berechnung von zwei- und dreidimensionalen Elektronenbahnen in elektrostatischen Bildwandlern
Auszug aus einer Dissertation an der Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Hochschule München (1969)

Varga, R.S., Matrix Iterative Analysis
Verlag Prentice Hall, INC., Englewood Cliffs, New Yersey 1962

Vine, J., Electron Optical Ray Tracing in Cathode Lenses
IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. ED-13, No 7 (1966) 544

Weber, C., Analogue and Digital Methods for Investigating Electron-Optical Systems
Thesis, Technical University Eindhoven, February 1967
Philips Res. Repts. Suppl. 6 (1967)

Willers, F.A., Methoden der praktischen Analysis
Verlag de Gruyter u. Co., Berlin 1957, 3.Auflage

Verzeichnis der Abbildungen.

Abb. 1 Charakteristika des Versuchs-RBV mit sphärischer Kathode

Abb. 2 Charakteristika des Versuchs-RBV mit hyperbolischer Kathode

Abb. 3 RBV 25/15 Normalbetrieb (1. Plotterbild)

Abb. 4 RBV 25/15 Normalbetrieb (2. Plotterbild)

Abb. 5 RBV 25/15 Zooming (1. Plotterbild)

Abb. 6 RBV 25/15 Zooming (2. Plotterbild)

Abb. 7 Charakteristika eines 17 H-Versuchs-RBV mit hyperbolischer Kathode

Abb. 8 Abhängigkeit der Schärfentiefe vom Abbildungsverhältnis V

Abb. 9 Schärfenflächen der Versuchs-RBV's

Abb. 10 Bildschalen des RBV 17 N

Abb. 11 Auflösungsverteilung beim RBV 17 SC

Abb. 12 Zum Vergleich der kissenförmigen Verzeichnung bei Kugelkathoden und Hyperboloiden

Abb. 13 Virtuelle cross-over der Versuchs-RBV's

Abb. 14 Differentielles Abbildungsverhältnis und Vignettierung des RBV 17 SC. Bild in der Mitte scharf

Abb. 15 Differentielles Abbildungsverhältnis und Vignettierung des RBV 17 SC. Bild auf Testradius 4 cm scharf (Kompromiß)

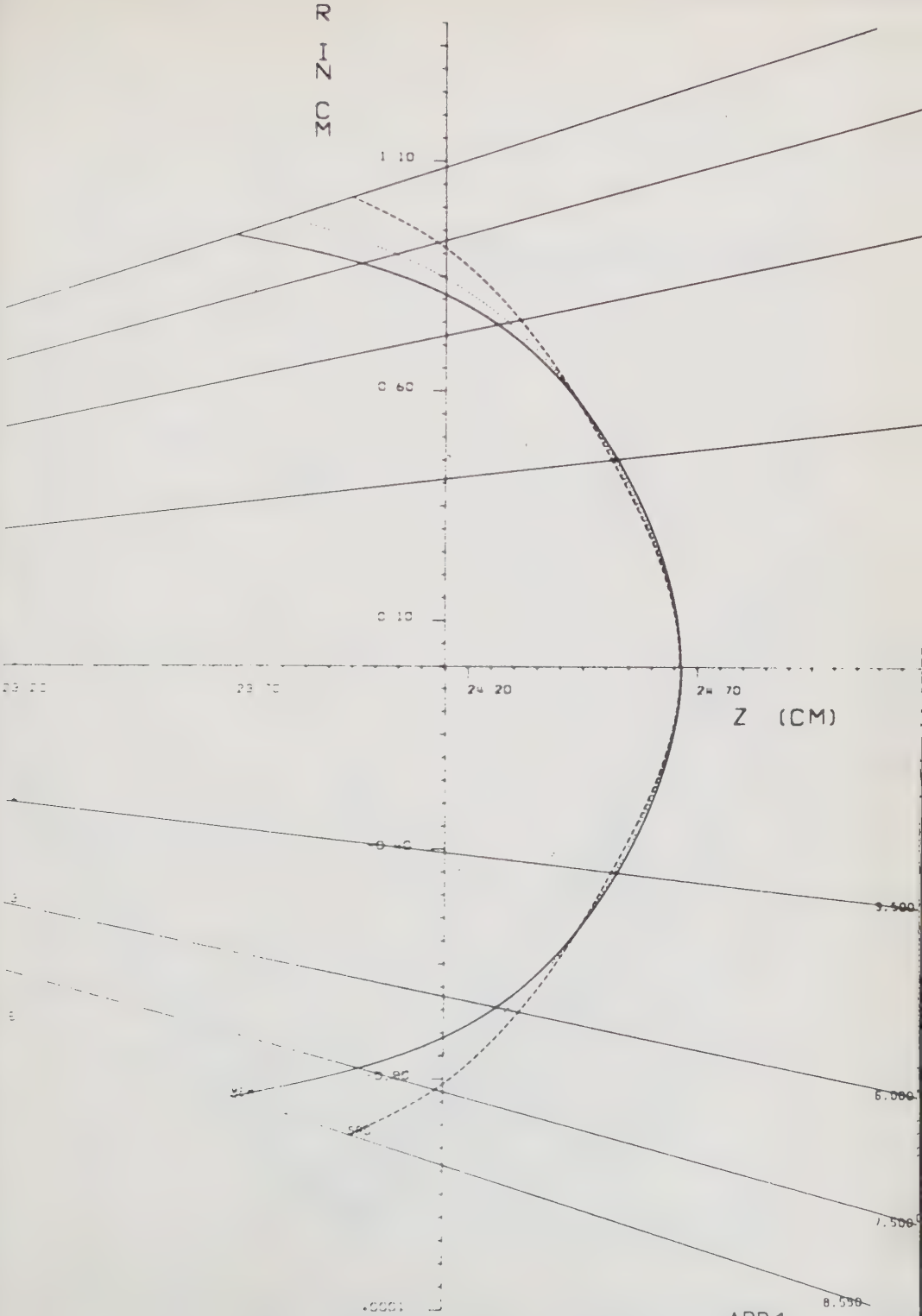
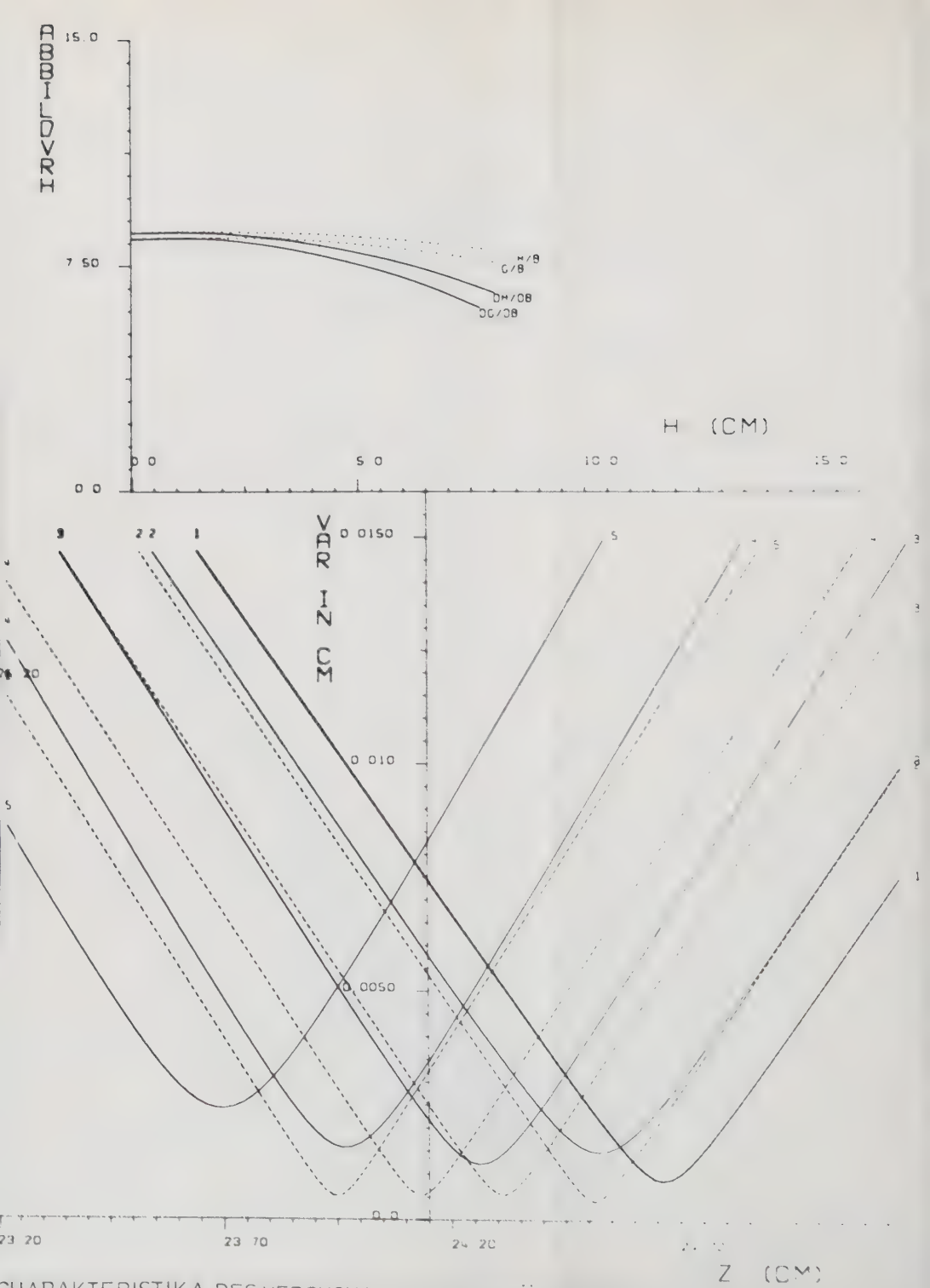
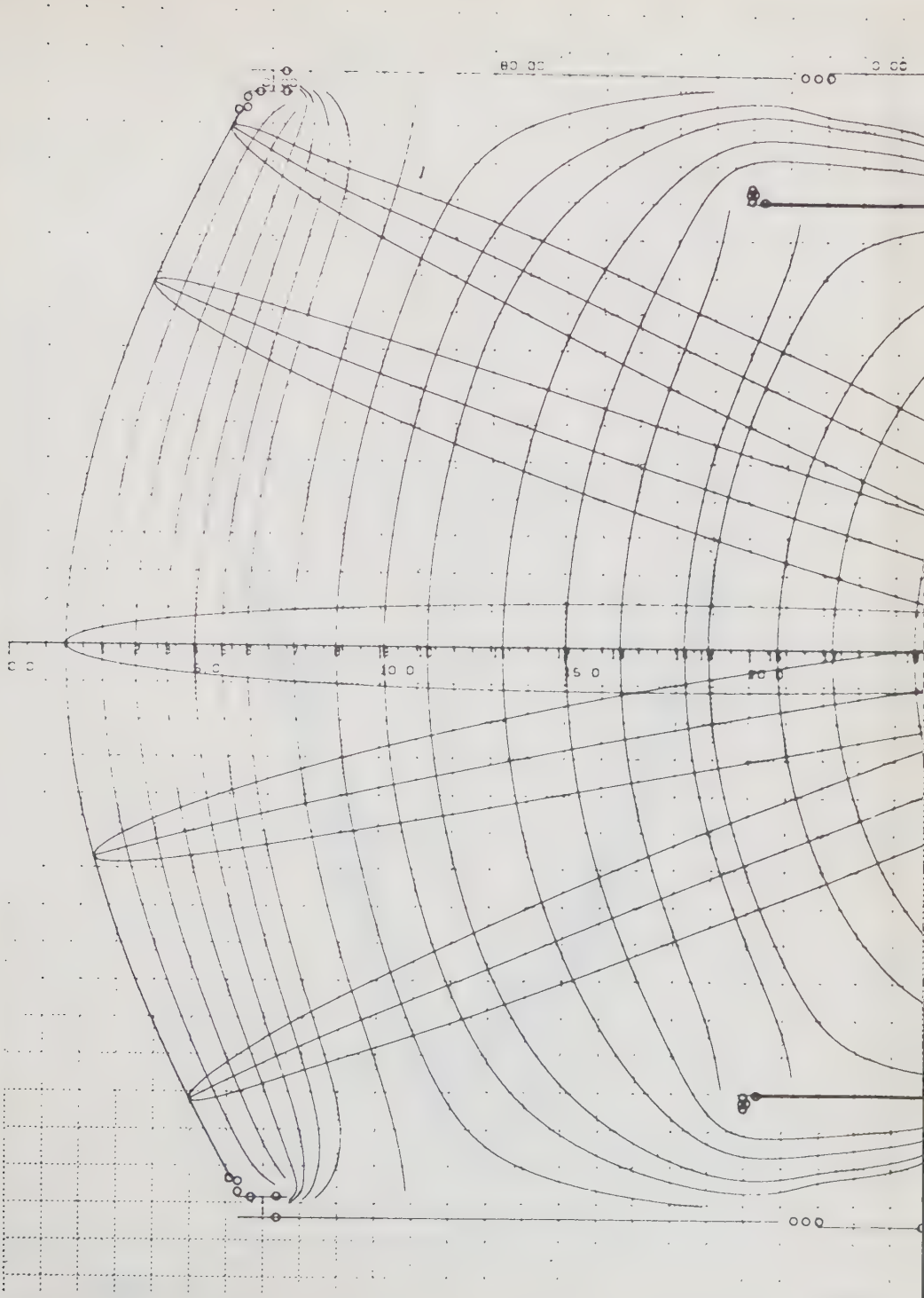


ABB.1

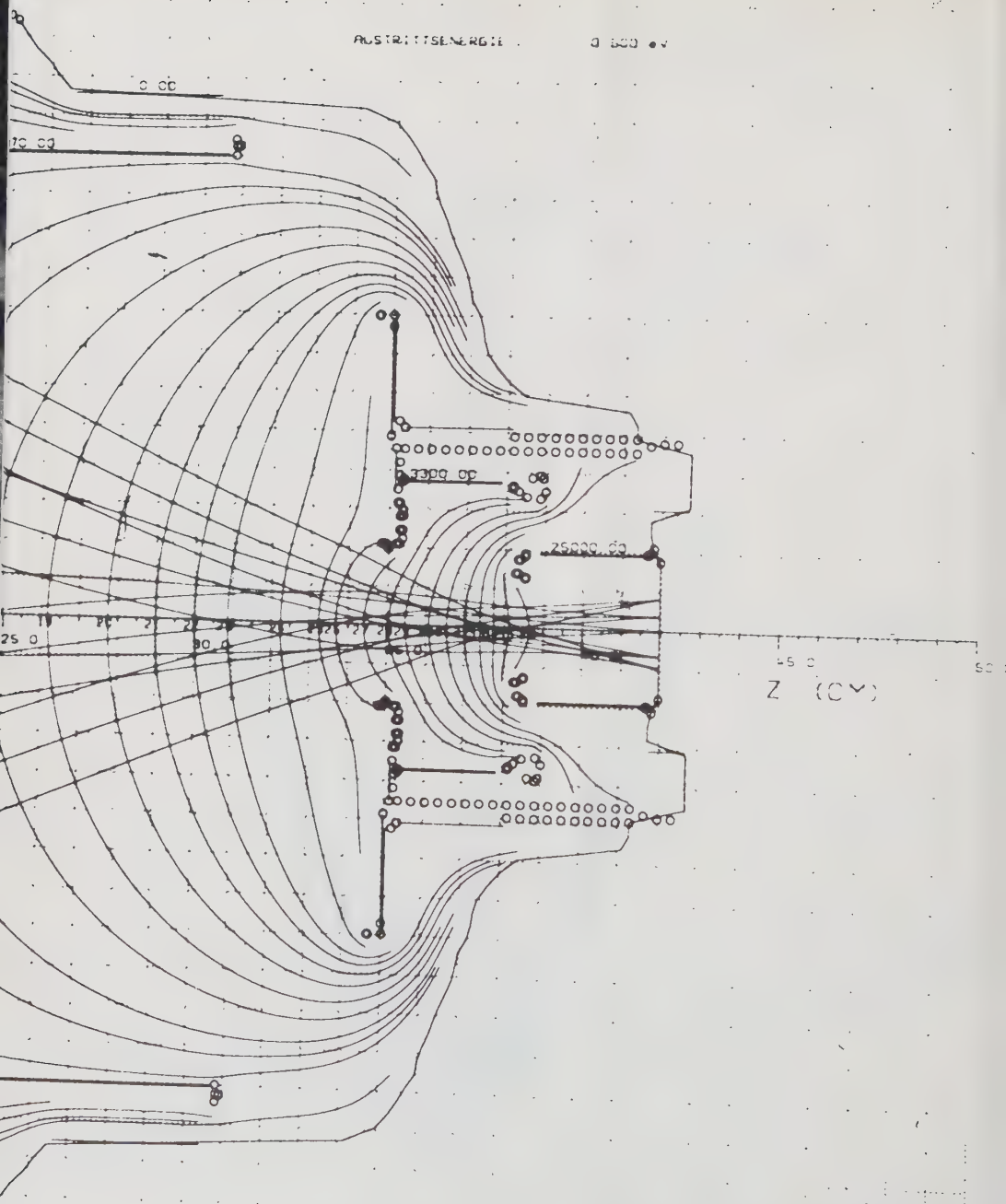


CHARAKTERISTIKA DES VERSUCHS-RBV MIT SPHÄRISCHER KATHODE

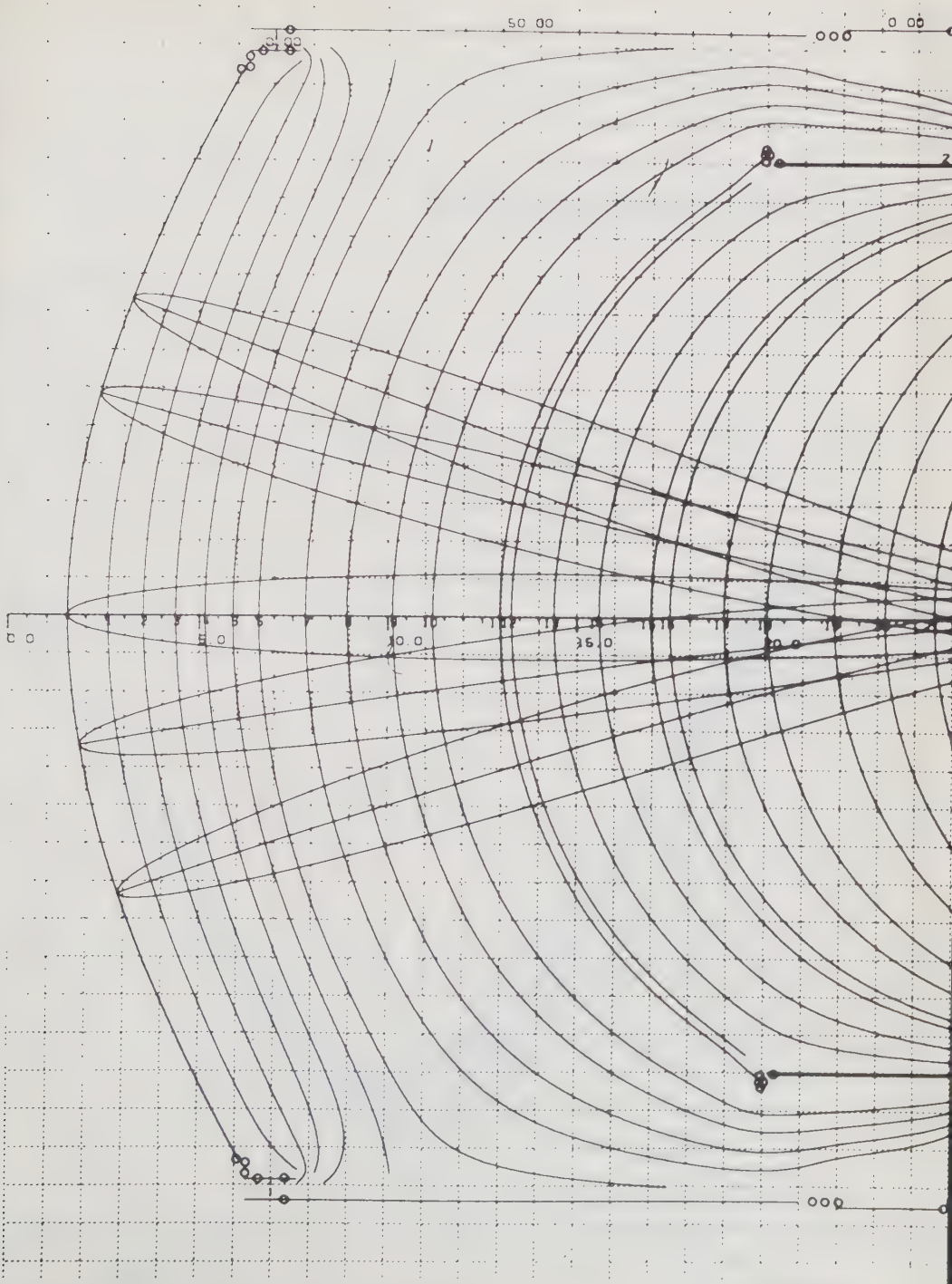


FUEHRER/SCHWIERZ.UBMED.AEB31. BILDNR 1. 04/02/71

ABB.3

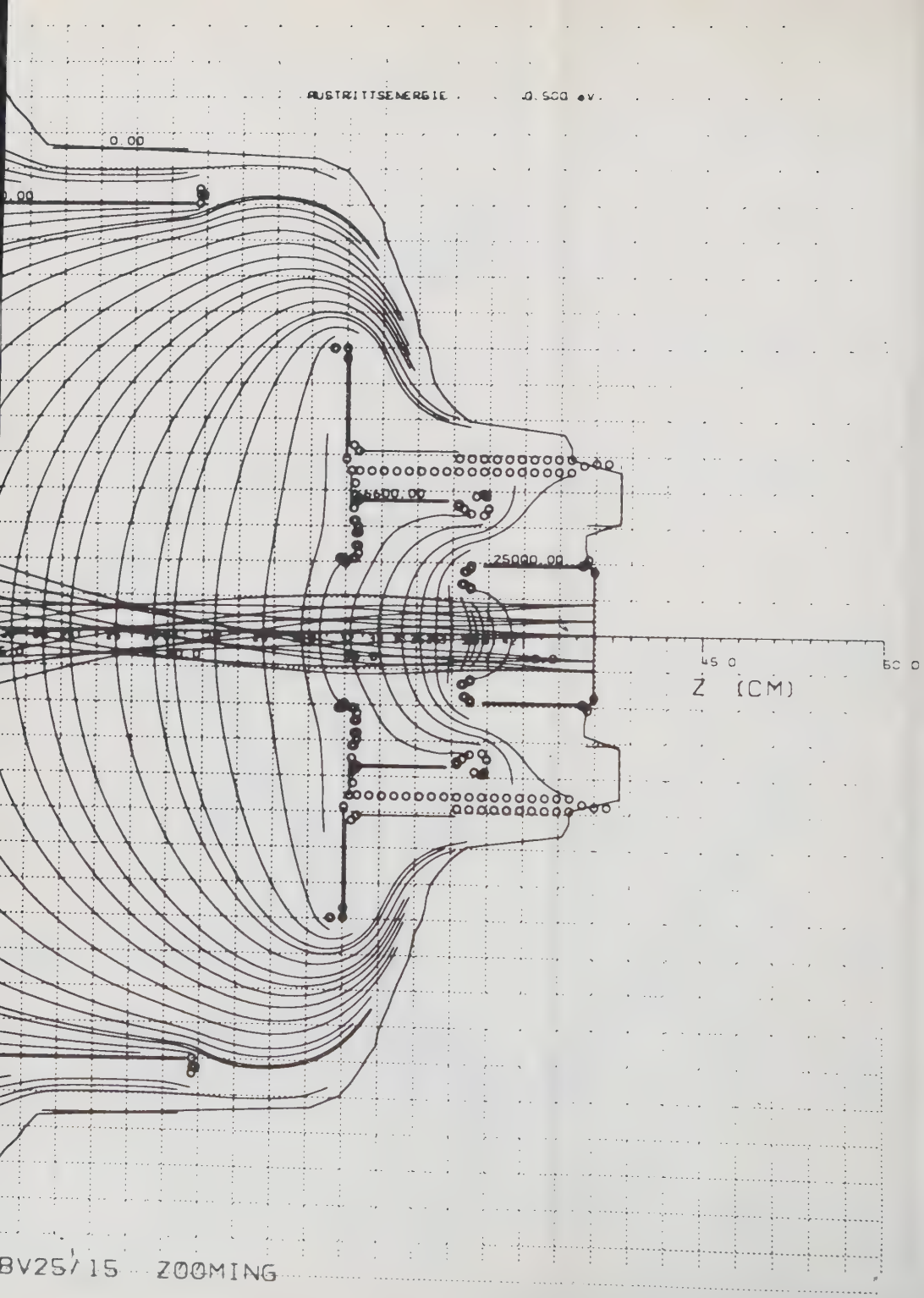


BV25/15 NORMALBETR.



FUEHRER/SCHWIERZ,UBMED,AEB31, BILDNR 1. 04/05/71

ABB.5


AUSTRITTSENERGIE 0.500 eV
0.00
0.00
66000.00
25000.00
45.0
60.0
Z (CM)
BV25/15 ZOOMING

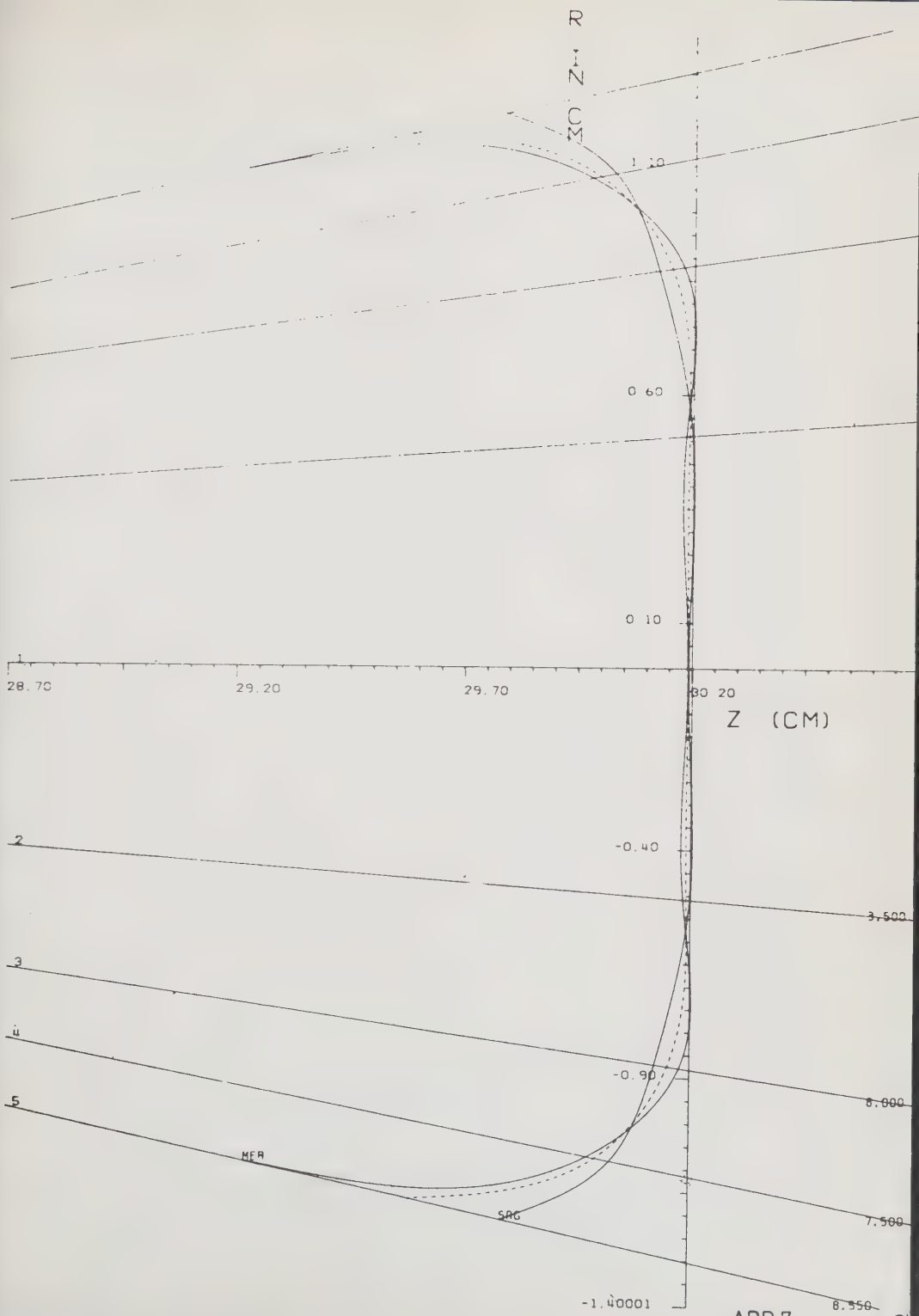
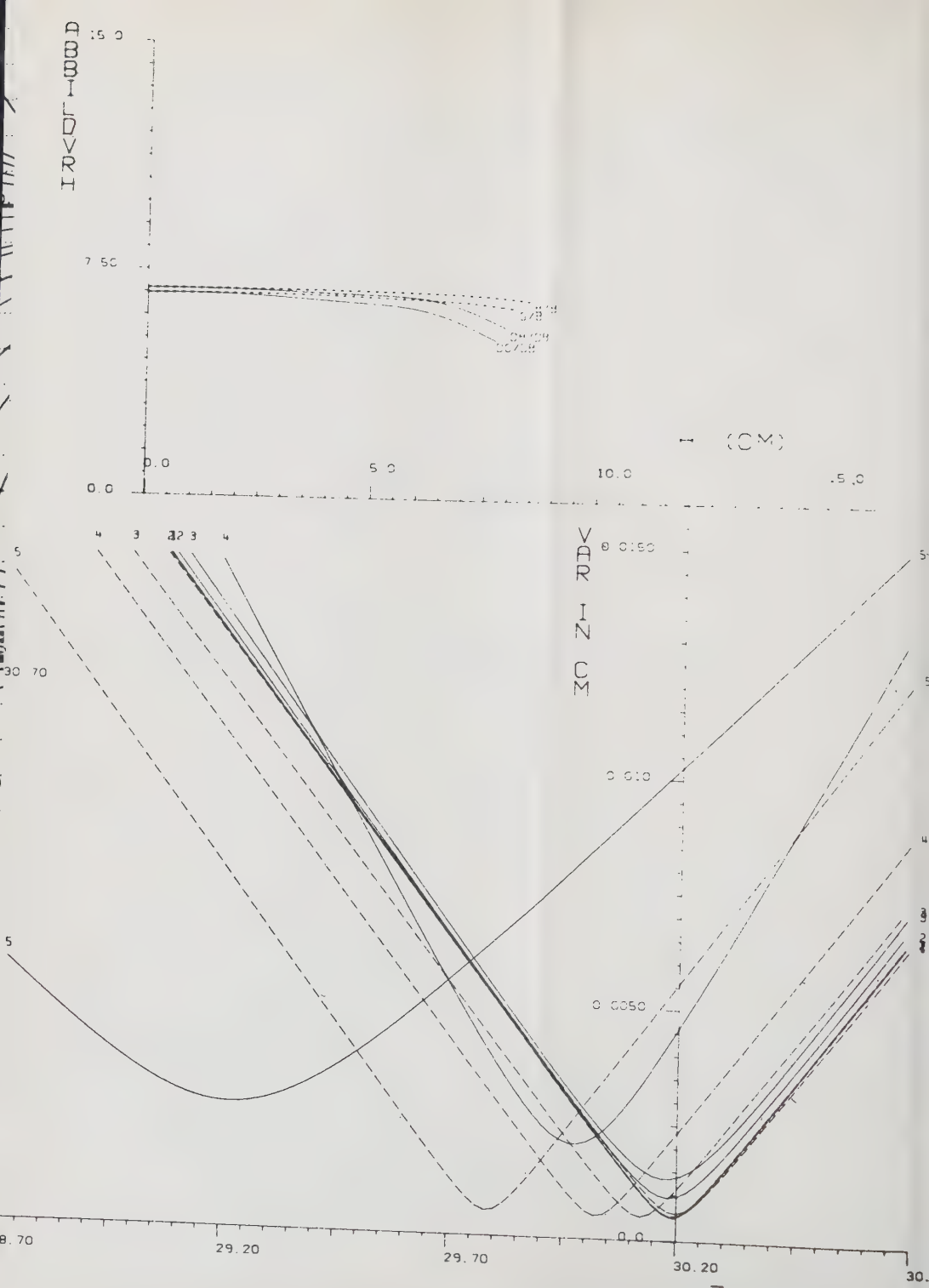
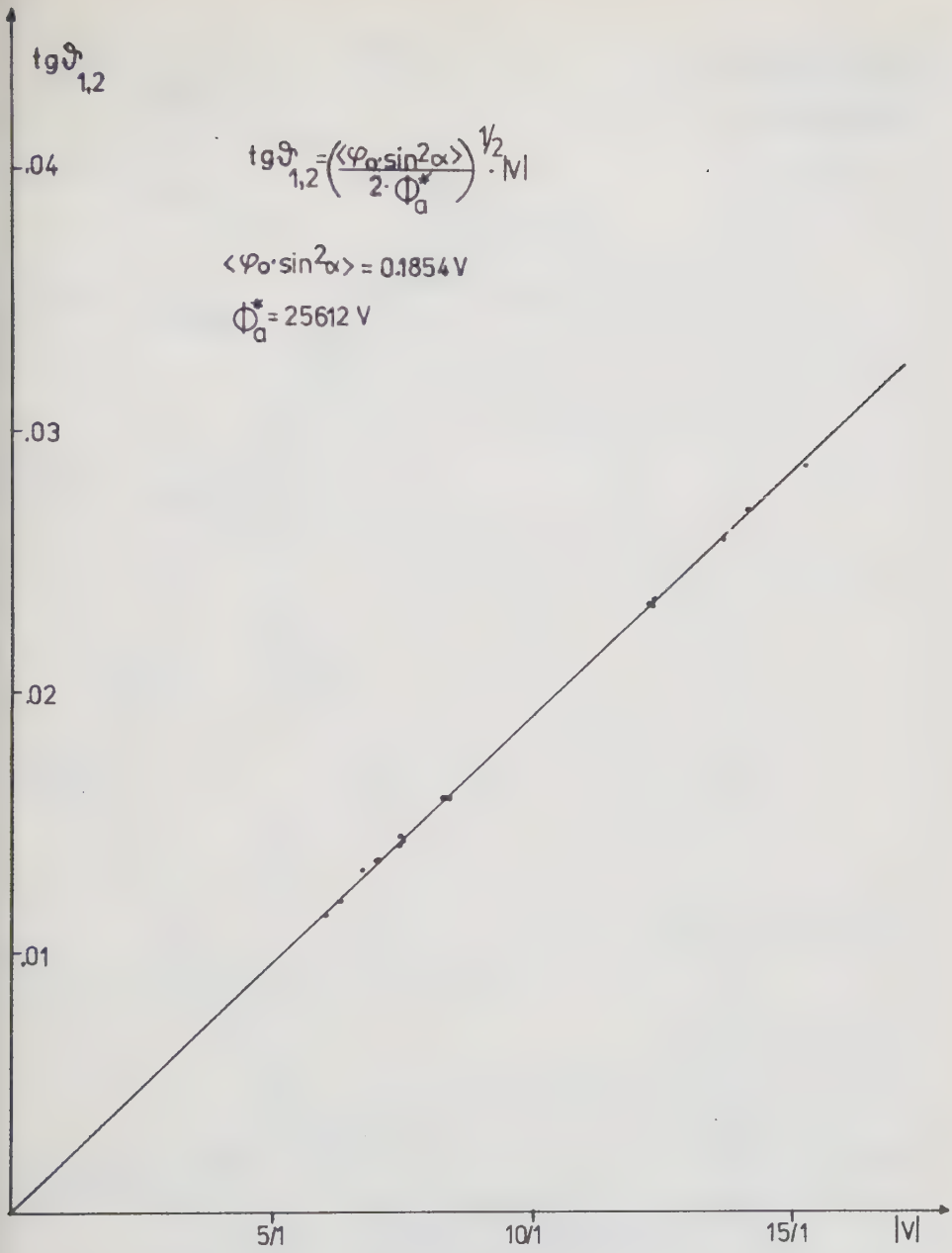


ABB.7

KEMPER/SCHWIERZ, UBMED, AEB31, BILDNR. 2, 03/01/71



ARAKTERISTIKA EINES 17H- VERSUCHS-RBV MIT HYPERBOLISCHER KATHODE



Abhängigkeit der Schärfentiefe vom Abbildungsverhältnis V

Die eingetragenen Werte gehören zu RBV's der Siemens AG. UBMed

Abb. 8

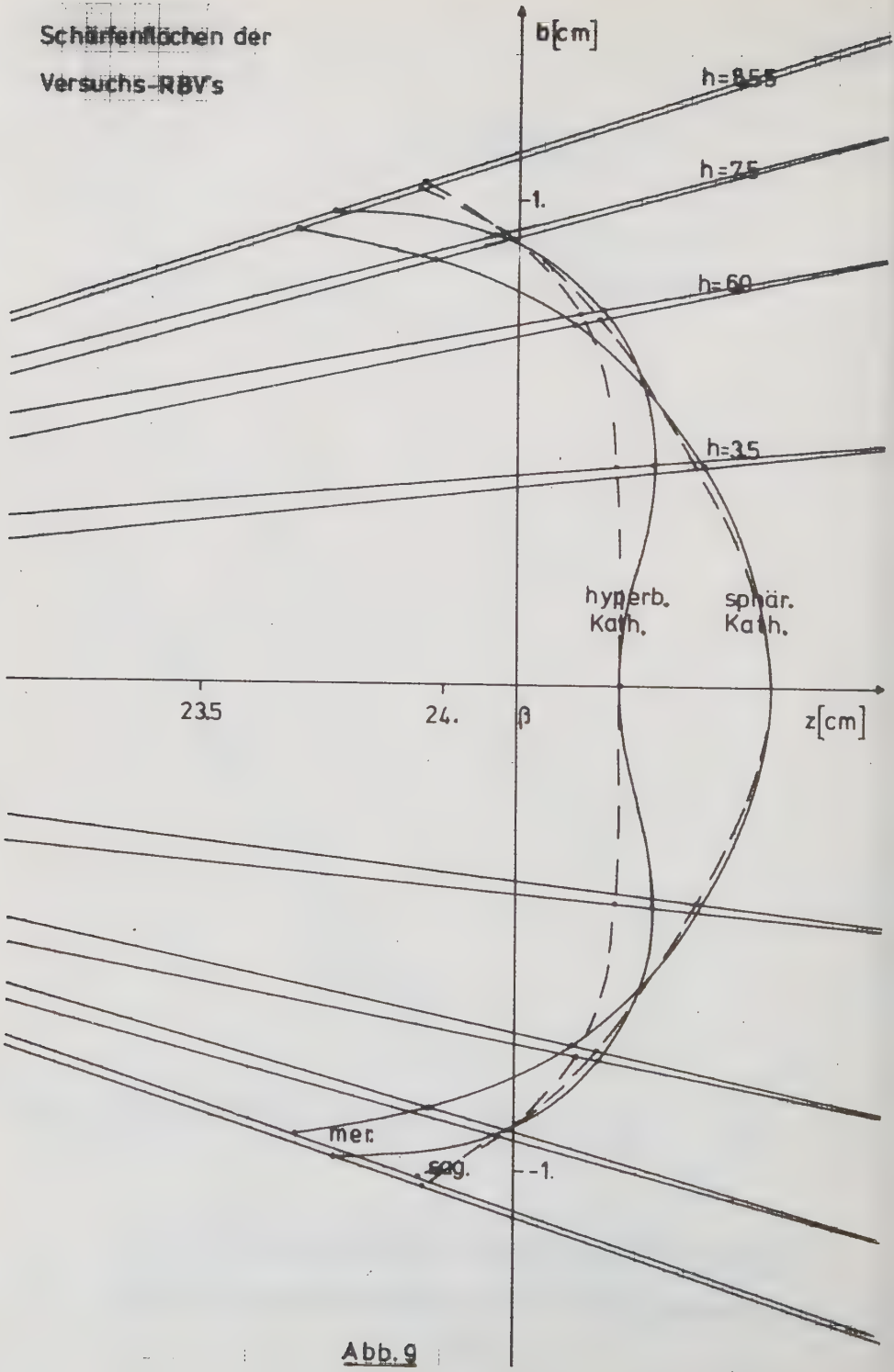

Schärfenflächen der
Versuchs-RBV's
b[cm]
h=8.55
h=7.5
h=6.0
h=3.5
1.
hyperb.
Kath.
sphär.
Kath.
23.5
24.
β
z[cm]
mer.
sag.
-1.

Abb. 9

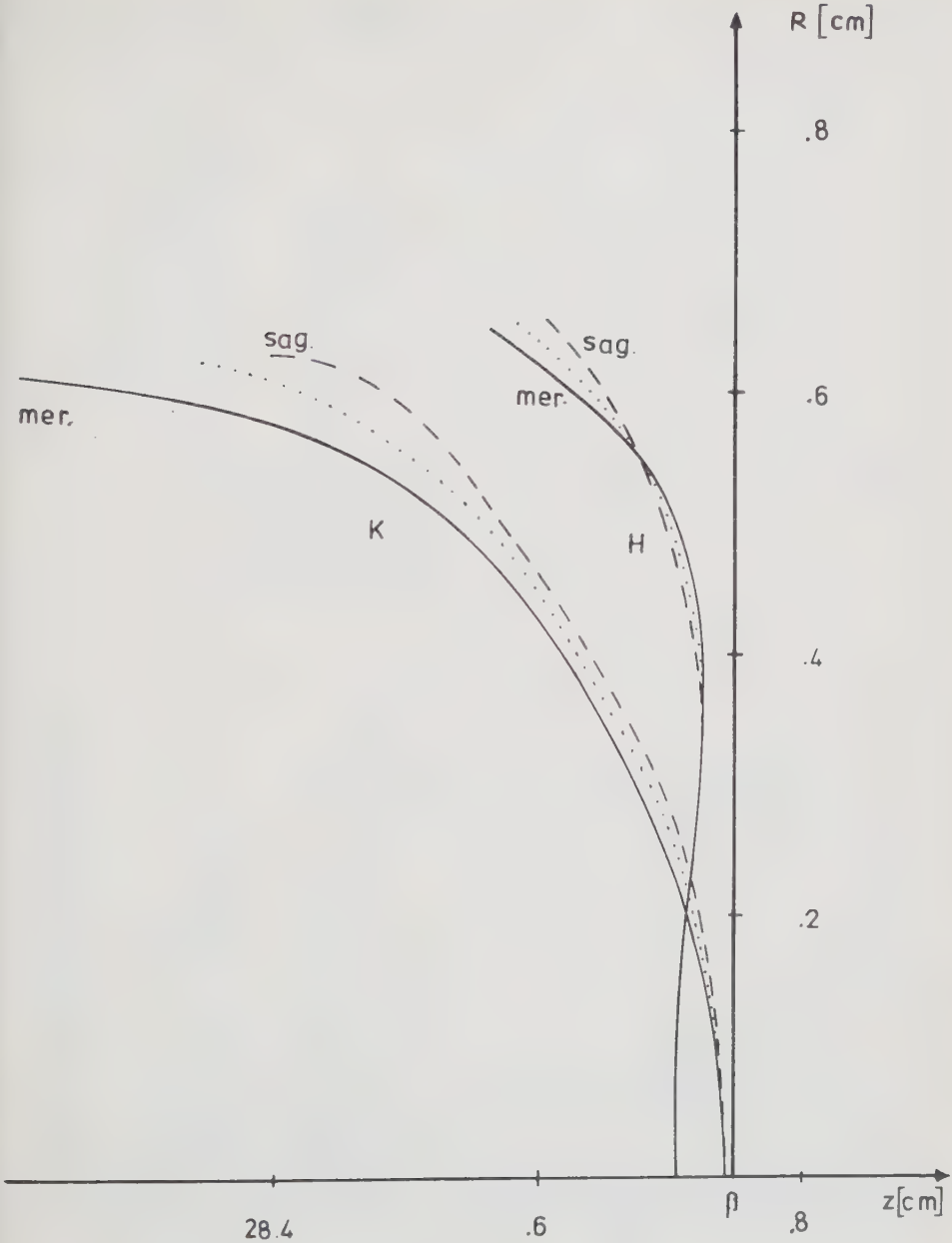
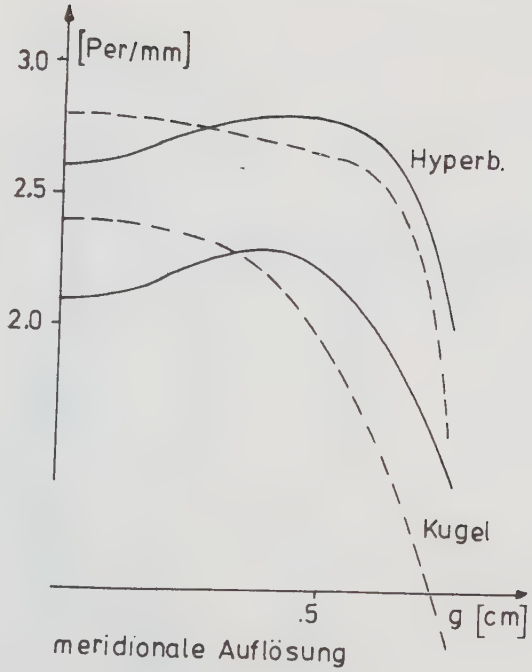
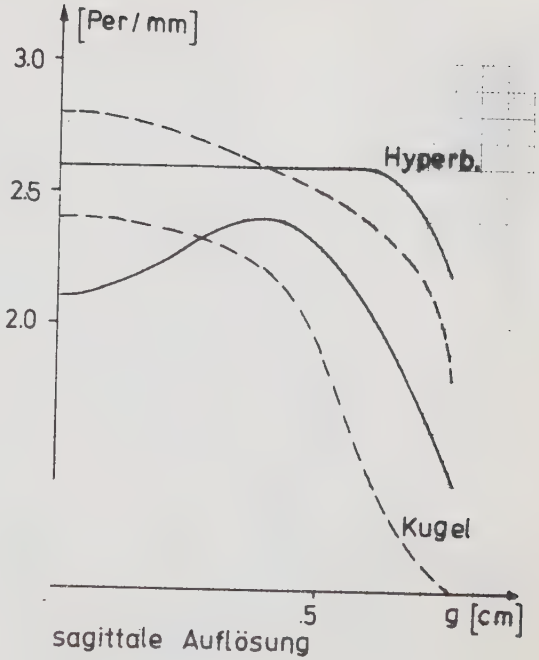


Abb. 10 : Bildschalen des RBV 17N

H: hyperbolische Kathode

K: kugelförmige Kathode, ϱ = 26 cm





17 SC Nr.9036 Hyperboloid

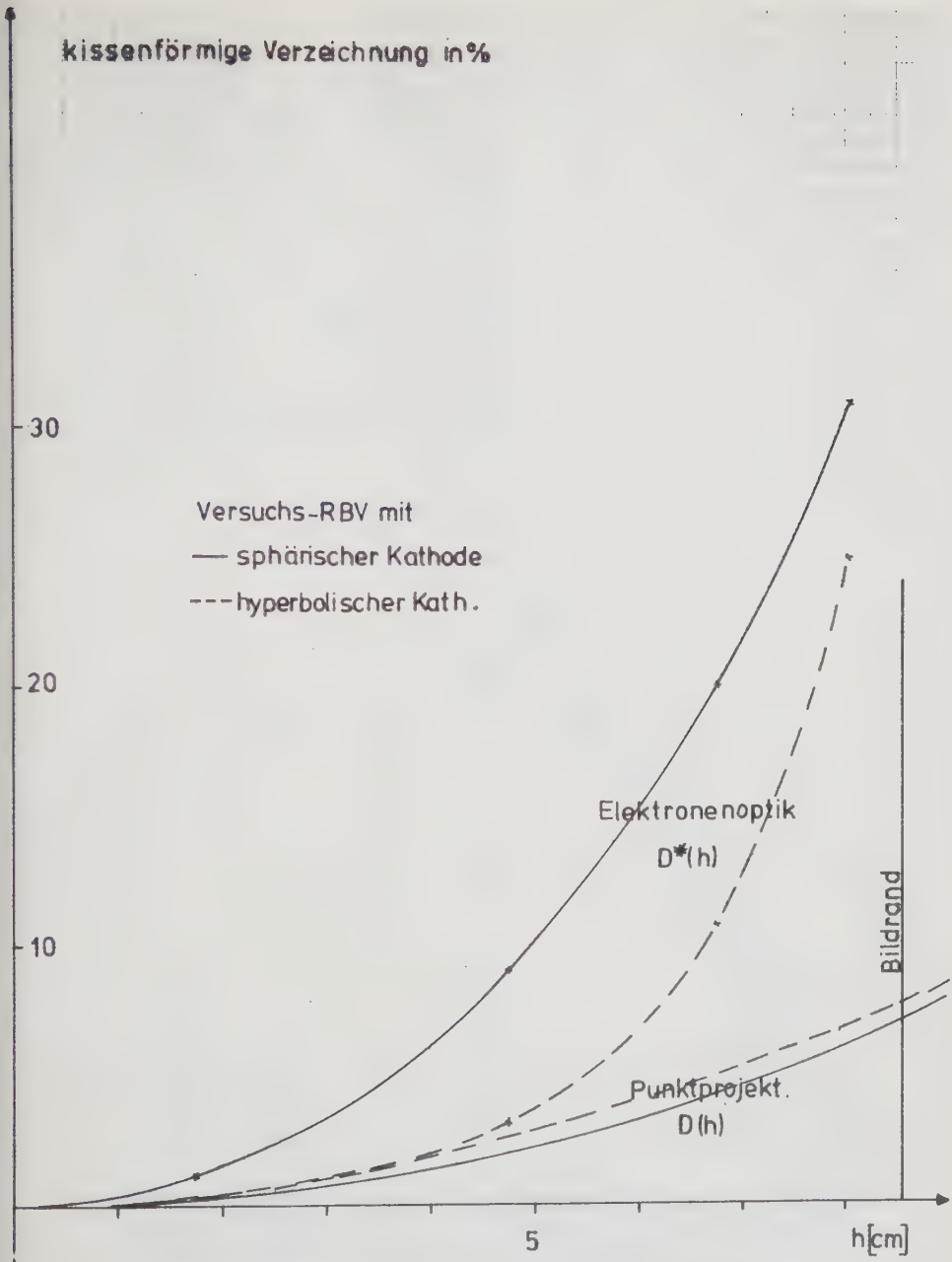
17 SC Nr. 4 Kugel

– – – Mitte scharf gestellt

——— Kompromißscharfstellg. auf g = 4 cm

Auflösungsverteilung beim RBV 17 SC

Abb. 11



Zum Vergleich der kissenförmigen Verzeichnung bei Kugelkathoden und Hyperboloiden

Abb. 12

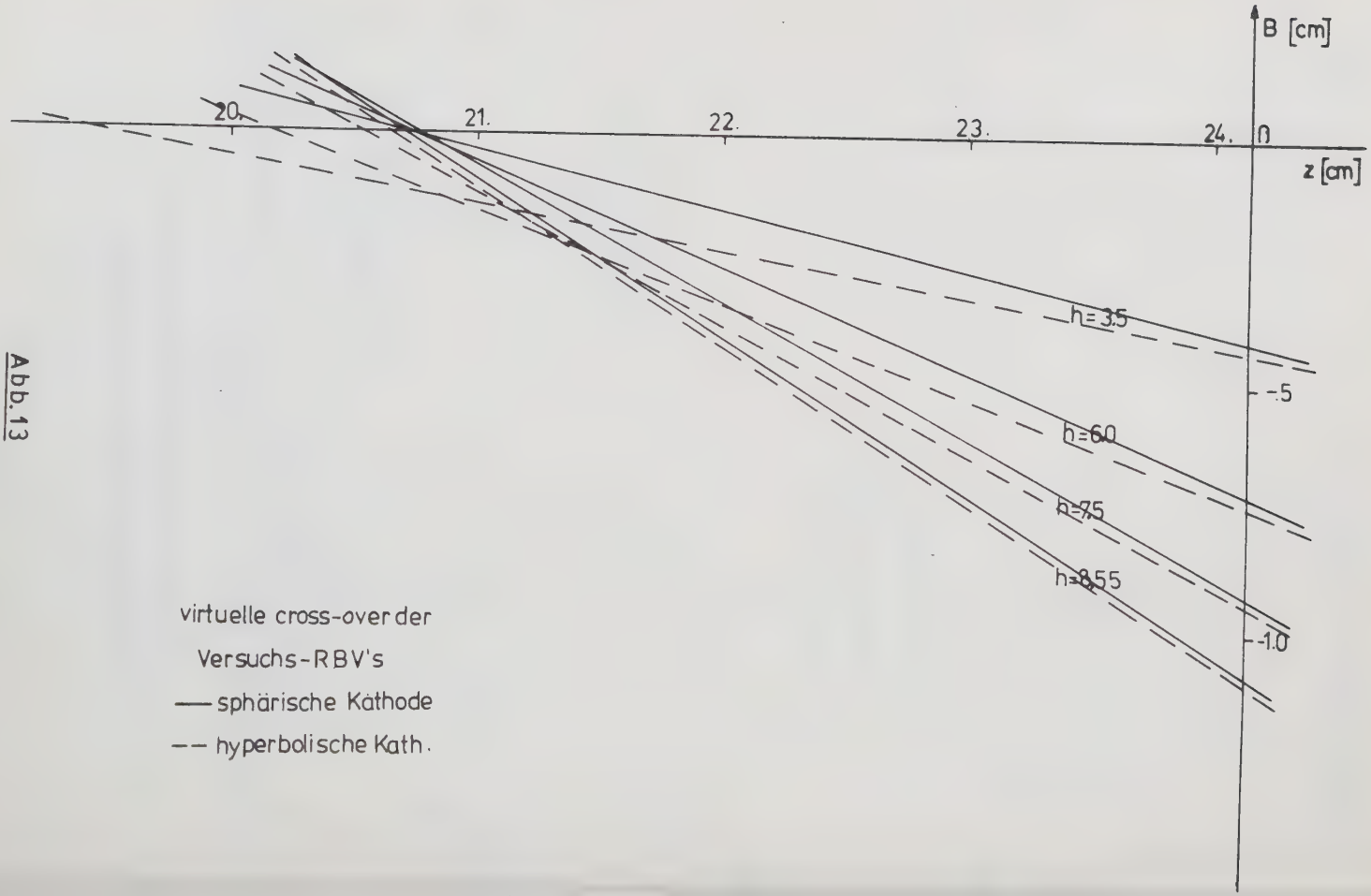
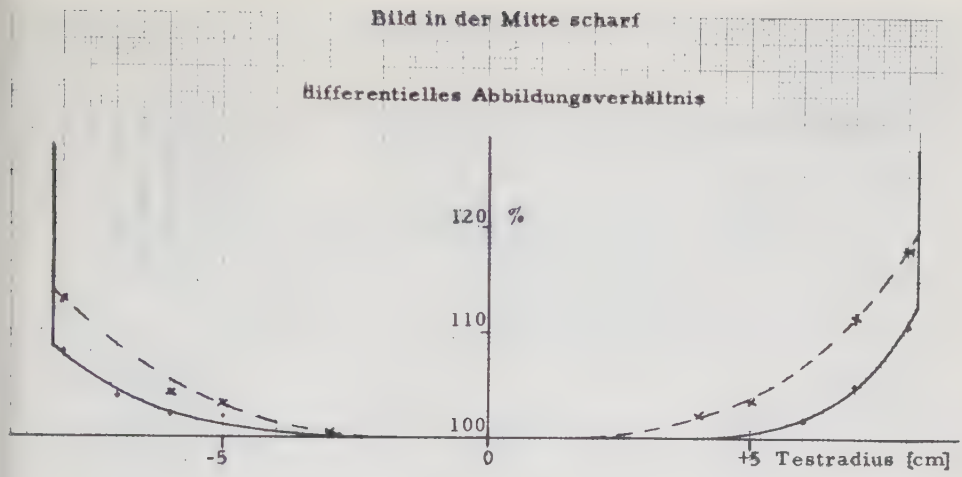
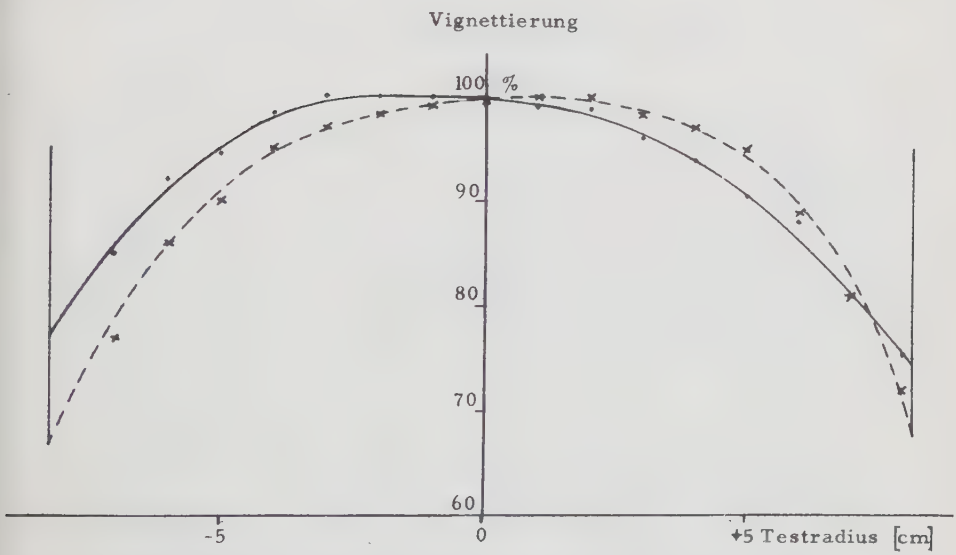

B [cm]
z [cm]
20.
21.
22.
23.
24.
0
-.5
-1.0
h=3.5
h=6.0
h=7.5
h=8.55
virtuelle cross-over der
Versuchs-RBV's
—— sphärische Kathode
-- hyperbolische Kath.

Abb. 13





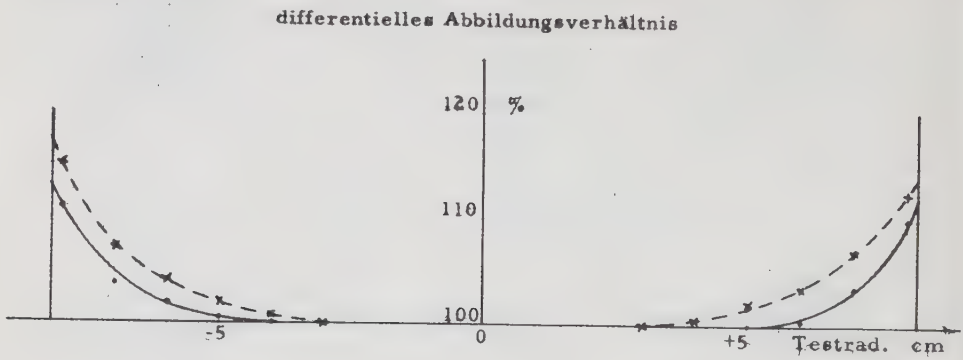
Differentielles Abbildungsverhältnis und Vignettierung des RBV 17SC bei Verwendung von sphärischen Kathoden (17SC Nr. 4) und hyperbolischen Kathoden (17SC Nr. 9036)

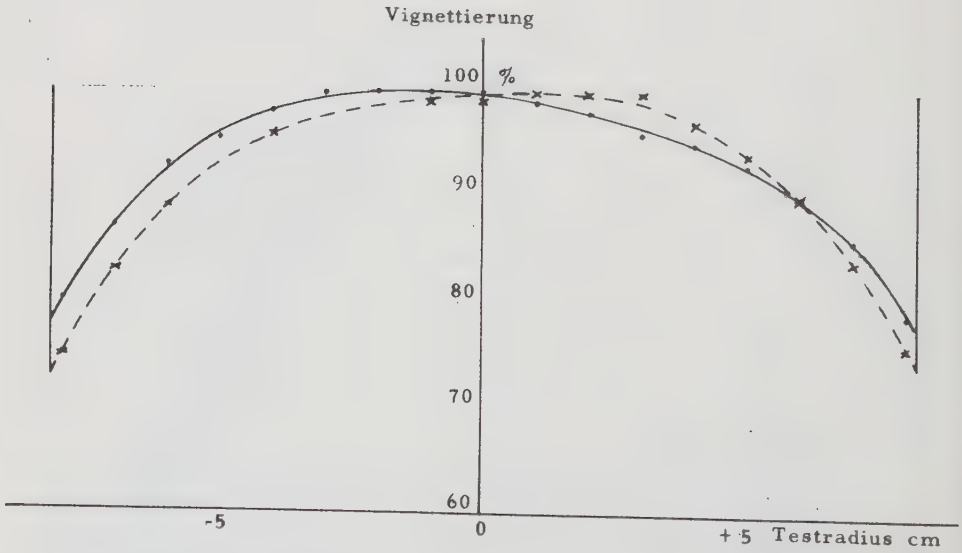
------- sphärische Kathode

——— hyperbolische Kathode

Abb. 14

Bild auf Testradius 4 cm scharf (Kompromiß)





Differentielles Abbildungsverhältnis und Vignettierung des RBV 17SC bei Verwendung von sphärischen Kathoden (17SC Nr. 4) und hyperbolischen Kathoden (17SC Nr. 9036)

------ sphärische Kathode

——— hyperbolische Kathode

Abb. 15

Mein Lebenslauf

Ich wurde am 8. Mai 1939 als Sohn des Fernmeldeoberwerkmeisters Paul Schwierz und seiner Ehefrau Gertrud, geb. Koschmieder in Oppeln, Oberschlesien, geboren.

Als Folge der Wirren der Nachkriegszeit mußten meine Eltern mehrmals den Wohnort und ich jeweils die Schule wechseln.

Mein Schulbildungsgang in Stichworten:

Volksschule:

Herbst 1946 bis Winter 49/50 in Bitterfeld

Winter 49/50 bis Ostern 1951 in Hildesheim

Mittelschule:

Ostern 1951 bis Ostern 1952 in Hildesheim

Ostern 1952 bis Ostern 1957 in Hamm/Westf.

Aufbaugymnasium:

Ostern 1957 bis Ostern 1960 in Unna/westf.

In Unna legte ich am 7. März 1960 die Abiturprüfung ab.

Vom Sommersemester 1960 an habe ich an der Wilhelms-Universität in Münster Mathematik mit dem Nebenfach Physik studiert. Meine Hauptinteressen galten mathematischen Anwendungsgebieten. Während der letzten beiden Studienjahre konnte ich am neu errichteten Institut für Numerische und Instrumentelle Mathematik als wissenschaftliche Hilfskraft Erfahrung im Umgang mit elektronischen Rechenanlagen sammeln.

In Münster habe ich am 14. Dez. 1966 die Diplomprüfung in Mathematik mit den Fächern Reine Mathematik, Angewandte Mathematik und Theoretische Physik bestanden.

Seit Februar 1967 bin ich als Mathematiker in der Zentralen Rechenstelle der Siemens A.G.UBMed tätig. Dort werden vornehmlich physikalisch-technische Probleme aus dem Röntgen-Entwicklungsbereich bearbeitet.

Ich bin seit fünf Jahren verheiratet und habe eine vierjährige Tochter.

Buchdruckerei Ludwig Müller Erlangen